

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

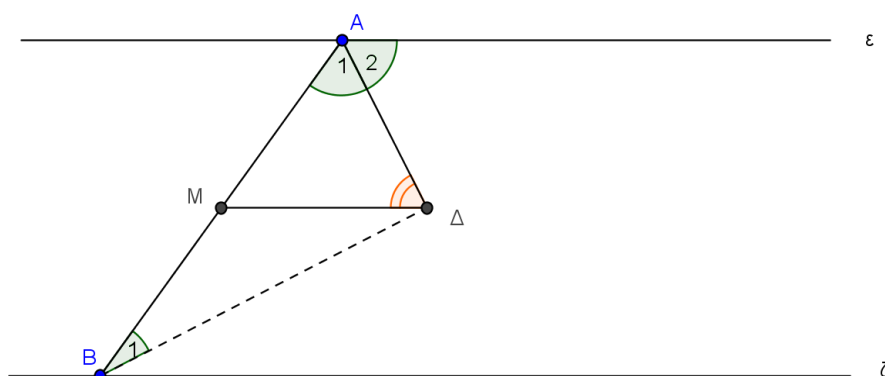
GI_A_GEO_4_4559

Δίνονται δυο παράλληλες ευθείες (ϵ) και (ζ), και μια τρίτη που τις τέμνει στα σημεία A και B αντίστοιχα. Θεωρούμε τις διχοτόμους των εντός και επί τα αυτά μέρη γωνιών που σχηματίζονται, οι οποίες τέμνονται σε σημείο Δ. Αν M είναι το μέσον του AB, να αποδείξετε ότι:

α) Η γωνία BDA είναι ορθή. (Μονάδες 9)

β) $\widehat{BMD} = 2 \cdot \widehat{M\Delta A}$ (Μονάδες 8)

γ) $M\Delta \parallel \epsilon$ (Μονάδες 8)



Λύση:

α) Για να δείξουμε ότι $\widehat{A\Delta B} = 90^\circ$ αρκεί να δείξουμε ότι οι άλλες δύο γωνίες του τριγώνου ADB έχουν άθροισμα 90° .

$$\widehat{A_1} + \widehat{B_1} = \frac{\widehat{A}}{2} + \frac{\widehat{B}}{2} = \frac{\widehat{A} + \widehat{B}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

Είναι $\widehat{A} + \widehat{B} = 180^\circ$ διότι οι εντός και επί τα αυτά γωνίες που σχηματίζονται από δύο παράλληλες ευθείες τεμνόμενες από τρίτη ευθεία έχουν άθροισμα 180° .

β) Η διάμεσος ΔΜ του ορθογωνίου τριγώνου ΑΔΒ ισούται με το μισό της υποτείνουσας ΑΒ, δηλαδή $ΜΔ=ΜΑ$ οπότε η εξωτερική γωνία \hat{M} του τριγώνου ΜΑΔ ισούται με το άθροισμα των δύο εντός και απέναντι, δηλαδή $\hat{BΜΔ} = 2 \cdot \hat{MΔΑ}$ διότι $\hat{A}_1 = \hat{\Delta}$.

γ) Η γωνία $\hat{\DeltaΜΒ} = 2 \cdot \hat{A}_1 = A_1 + A_2$
επομένως η $(\varepsilon) // ΜΔ$ διότι οι εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες είναι ίσες.

Επιμέλεια: Πολύδωρος Γεωργιακάκης - Μαθηματικός