# Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

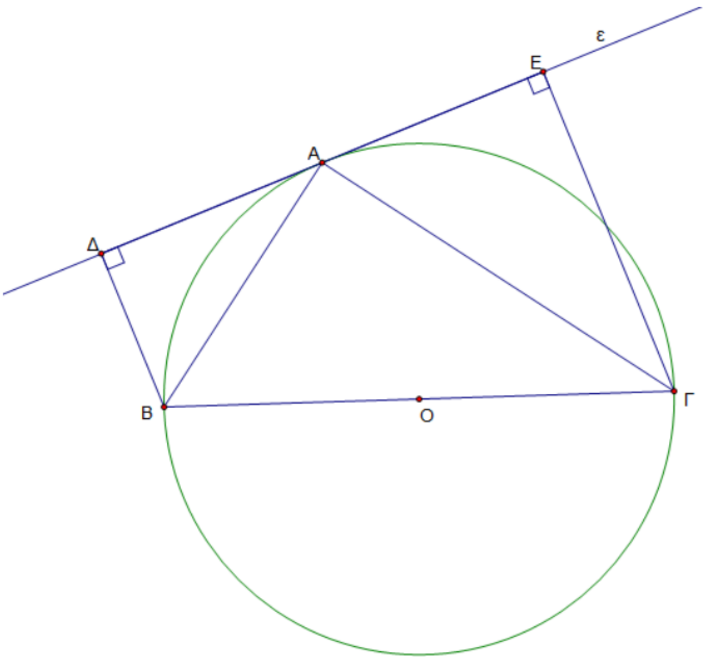
**Θέμα 4** **GI_A_GEO_4_4307**

Θεωρούμε κύκλο κέντρου Ο, με διάμετρο ΒΓ. Από σημείο Α του κύκλου φέρουμε την εφαπτομένη (ε) του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου $\overset{\Delta}{\mathrm{AB\Gamma}}$.
Από τα σημεία Β και Γ φέρουμε τα τμήματα ΒΔ και ΓΕ κάθετα στην ευθεία (ε).

α) Να αποδείξετε ότι ΒΑ και ΓΑ είναι διχοτόμοι των γωνιών $\Delta\hat{\mathrm{B}}\Gamma$ και $\mathrm{E}\hat{\Gamma}\mathrm{B}$ αντίστοιχα. (Μονάδες 8)

β) Αν ΑΖ είναι ύψος του τριγώνου $\overset{\Delta}{\mathrm{AB\Gamma}}$, να αποδείξετε ότι $\mathrm{A\Delta = AE = AZ}$. (Μονάδες 8)

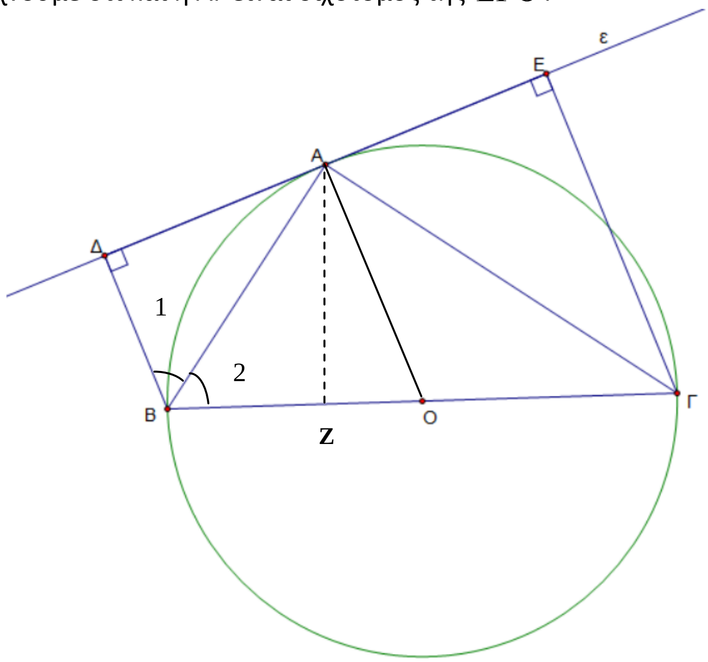
γ) Να αποδείξετε ότι $\mathrm{B\Delta + \Gamma E = B\Gamma}$. (Μονάδες 9)



**Λύση**:

**α)** Φέρνουμε την ακτίνα ΑΟ. Η $ΑΟ \perp ΔΕ$ άρα $\hat{Α}_1 = \hat{Β}_1$ εντός εναλλάξ των ΒΔ και ΑΟ που τέμνονται από την ΑΒ. Το τρίγωνο ΑΟΒ είναι ισοσκελές άρα $\hat{Α}_1 = \hat{Β}_2$ απ'αυτές τις δύο σχέσεις συμπεραίνουμε ότι η ΑΒ είναι διχοτόμος της $Δ\hat{Β}Ο$.

Όμοια δείχνουμε ότι και η ΑΓ είναι διχοτόμος της $Ε\hat{Γ}Ο$.




**β)** Επειδή βρίσκεται πάνω στη διχοτόμο της $Δ\hat{Β}Ο$ κ αι ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας $Ε\hat{Γ}Ο$ οπότε $ΑΔ = ΑΖ = ΑΕ$.

**γ)** Το ΒΓΕΔ είναι τραπέζιο και η ΑΟ διάμεσος του οπότε από γνωστό θεώρημα $ΑΟ = \frac{ΒΔ + ΓΕ}{2}$ ή $2ΑΟ = ΒΔ + ΓΕ$ ή $ΒΓ = ΒΔ + ΓΕ$.

**Επιμέλεια: Πολύδωρος Γεωργιακάκης - Μαθηματικός**