

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

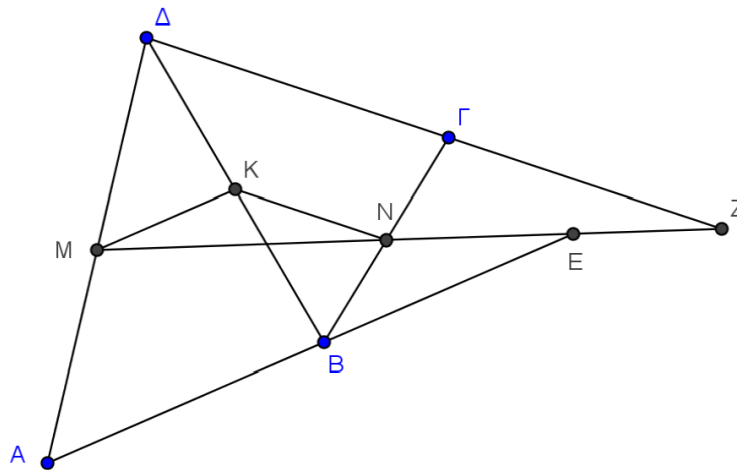
Θέμα 4

GI_A_GEO_4_3948

Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = \Gamma\Delta$ και M, N, K τα μέσα των $AD, B\Gamma, BD$ αντίστοιχα. Αν οι προεκτάσεις των AB και $\Delta\Gamma$ τέμνουν την προέκταση της MN στα σημεία E και Z αντίστοιχα να αποδείξετε ότι:

α) $MK = KN$. (Μονάδες 13)

β) $\widehat{M\hat{E}A} = \widehat{M\hat{Z}\Delta}$. (Μονάδες 12)



Λύση:

α) Η MK ενώνει τα μέσα των πλευρών AD και DB οπότε $MK \parallel \frac{AB}{2}$ (1)

Όμοια η KN ενώνει τα μέσα των πλευρών BD και $B\Gamma$ του τριγώνου $\Delta B\Gamma$ οπότε $KN \parallel \frac{\Delta\Gamma}{2}$ (2) και επειδή $AB = \Delta\Gamma$ από (1) και (2) έχουμε $MK = KN$.

β) Η $KN \parallel \Delta\Gamma$ συνεπώς $\widehat{Z} = \widehat{K\hat{N}M}$ ως εντός εκτός και επί τα αυτά των DZ και KN τεμνόμενων από την ZN όμοια $KM \parallel AB$ οπότε $\widehat{E} = \widehat{K\hat{M}N}$ ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων MK και AB που τέμνονται από την MNE και επειδή το τρίγωνο KMN είναι ισοσκελές και $\widehat{K\hat{M}N} = \widehat{K\hat{N}M}$ συνεπάγεται $\widehat{E} = \widehat{Z}$

Επιμέλεια: Βασίλης Τσιλιβής - Μαθηματικός