Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α’ Λυκείου

Θέμα 4 **GI_A_GEO_4_3825**

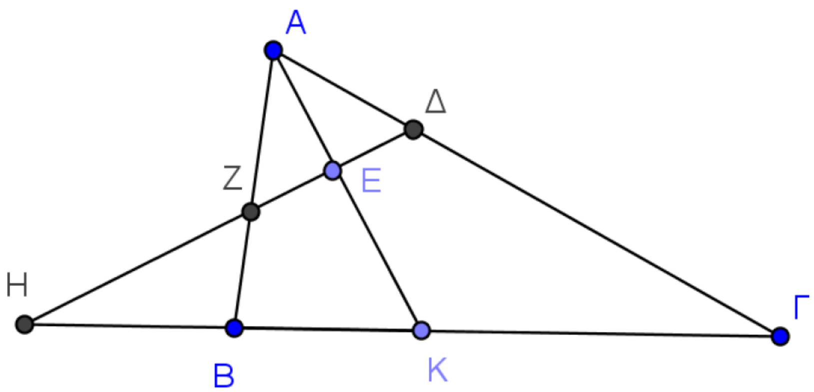
Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ < ΑΓ. Φέρουμε τη διχοτόμο του ΑΚ και σε τυχαίο σημείο της Ε φέρουμε ευθεία κάθετη στη διχοτόμο ΑΚ, η οποία τέμνει τις ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Ζ και Δ αντίστοιχα και την προέκταση της ΓΒ στο σημείο Η.

Να αποδείξετε ότι:

α) $Z\hat{\Delta}\Gamma = 90^\circ + \dfrac{\hat{A}}{2}$. (Μονάδες 7)

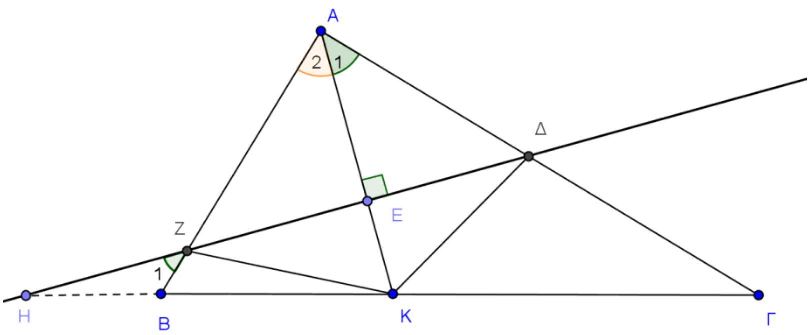
β) ΖΚ = ΚΔ. (Μονάδες 8)

γ) $Z\hat{H}\Gamma = \dfrac{\hat{B}-\hat{\Gamma}}{2}$. (Μονάδες 10)



Λύση:

α) Η γωνία $Z\hat{\Delta}\Gamma$ είναι εξωτερική του ΑΕΔ και κατά τα γνωστά είναι ίση με $Z\hat{\Delta}\Gamma = \hat{A}_1 + 90^\circ$. Αλλά $\hat{A}_1 = \dfrac{A}{2}$ διότι ΑΕ διχοτόμος της $\hat{A}$.



Οπότε $Z\hat{\Delta}\Gamma = \frac{A}{2} + 90^\circ$.

β) Στο τρίγωνο ΖΑΔ η ΑΕ είναι ύψος και διχοτόμος άρα και διάμεσος οπότε στο τρίγωνο ΖΚΔ η ΚΕ είναι μεσοκάθετος στην ΖΔ οπότε ΚΖ=ΚΔ.

γ) Η $\hat{B} = \hat{H} + \hat{Z}_1 = \hat{H} + \hat{\Delta}$ γιατί Ζ=Δ (τρίγωνο ΖΑΔ ισοσκελές) οπότε $\hat{B} = \hat{H} + \Delta$ (1). Η Δ είναι εξωτερική του τριγώνου ΗΔΓ επομένως ισούται με $\hat{\Delta} = \hat{\Gamma} + \hat{H}$. Οπότε η (1) γίνεται $\hat{B} = \hat{H} + \hat{\Gamma} + \hat{H} \Rightarrow +\hat{B} - \hat{\Gamma} = 2\hat{H} \Rightarrow \hat{H} = \frac{\hat{B} - \hat{\Gamma}}{2}$.

Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.