Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4 GI_A_GEO_4_3824

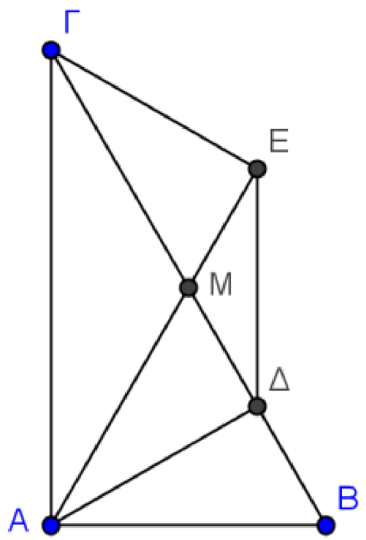
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^{o}$ και $\hat{\Gamma} = 30^{o}$. Φέρουμε το ύψος του ΑΔ και τη διάμεσό του ΑΜ. Από το Γ φέρουμε κάθετη στην ευθεία ΑΜ, η οποία την τέμνει στο Ε.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΑΜΒ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 8)

β) ΜΕ=ΜΔ=ΒΓ/4 (Μονάδες 9)

γ) Το ΑΔΕΓ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 8)

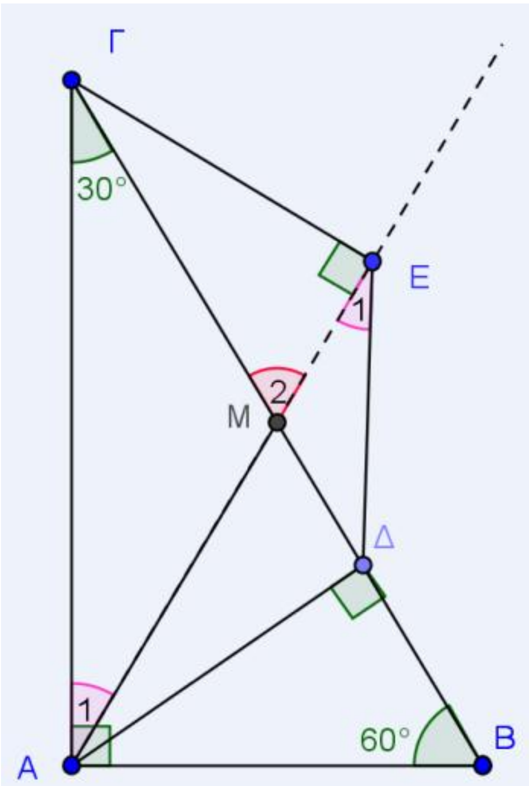


Λύση:

α) Επειδή Αμ διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου ισχύει $\mathrm{AM}=\mathrm{MB}=\mathrm{M\Gamma}$ άρα ΑΜΒ ισοσκελές, οπότε $\mathrm{M}\hat{\mathrm{A}}\mathrm{B}=60^o$, οπότε και $\mathrm{A}\hat{\mathrm{M}}\mathrm{B}=60^o$ και το τρίγωνο είναι ισόπλευρο.

β) Τα τρίγωνα ΓΕΜ και ΑΔΜ είναι ίσα διότι έχουν $\mathrm{M\Gamma}=\mathrm{AM}$, $\hat{\mathrm{M}}_1=\hat{\mathrm{M}}_2$ είναι και ορθογώνια. Οπότε $\mathrm{ME}=\mathrm{M\Delta}$ αλλά $\mathrm{M\Delta}=\mathrm{\Delta B}=\dfrac{\mathrm{MB}}{2}=\dfrac{\frac{\mathrm{B\Gamma}}{2}}{2}=\dfrac{\mathrm{B\Gamma}}{4}$

γ) Το τετράπλευρο ΑΔΕΓ είναι εγγράψιμο σε κύκλο διότι η ΑΓ φαίνεται από τις κορυφές Δ και Ε με ίσες γωνίες άρα $\hat{\mathrm{E}}_1=\hat{\Gamma}=30^o=\hat{\mathrm{A}}_1$ επειδή και το ΓΜΑ τρίγωνο είναι ισοσκελές, οπότε $\mathrm{E\Delta}//\mathrm{A\Gamma}$ άρα το τετράπλευρο είναι τραπέζιο επειδή δε (β) ερώτημα ΑΔ=ΓΕ το τραπέζιο είναι ισοσκελές.



Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.