

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

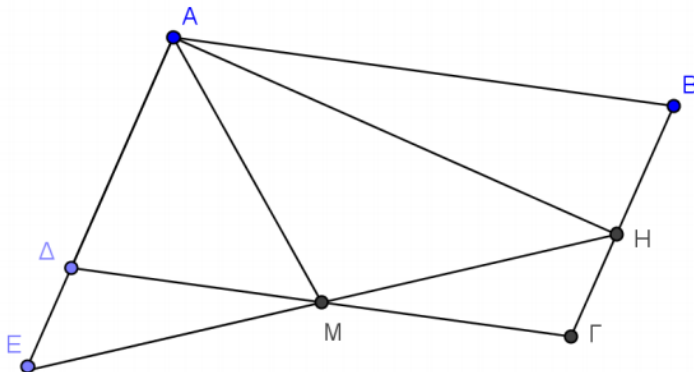
GI_A_GEO_4_3815

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $AB = 2 BG$, τη γωνία Α αμβλεία και Μ το μέσο της ΓΔ. Φέρουμε κάθετη στην ΑΔ στο σημείο Α, η οποία τέμνει την ΒΓ στο Η. Αν η προέκταση της ΗΜ τέμνει την προέκταση της ΑΔ στο Ε, να αποδείξετε ότι:

α) Η ΑΜ είναι διχοτόμος της γωνίας ΔΑΒ. (Μονάδες 9)

β) Τα τμήματα ΕΗ, ΔΓ διχοτομούνται. (Μονάδες 8)

γ) $\hat{E} = \hat{M}A$. (Μονάδες 8)



Λύση:

α) $\hat{M}_1 = \hat{A}_1$ διότι $AB \parallel \Delta\Gamma$

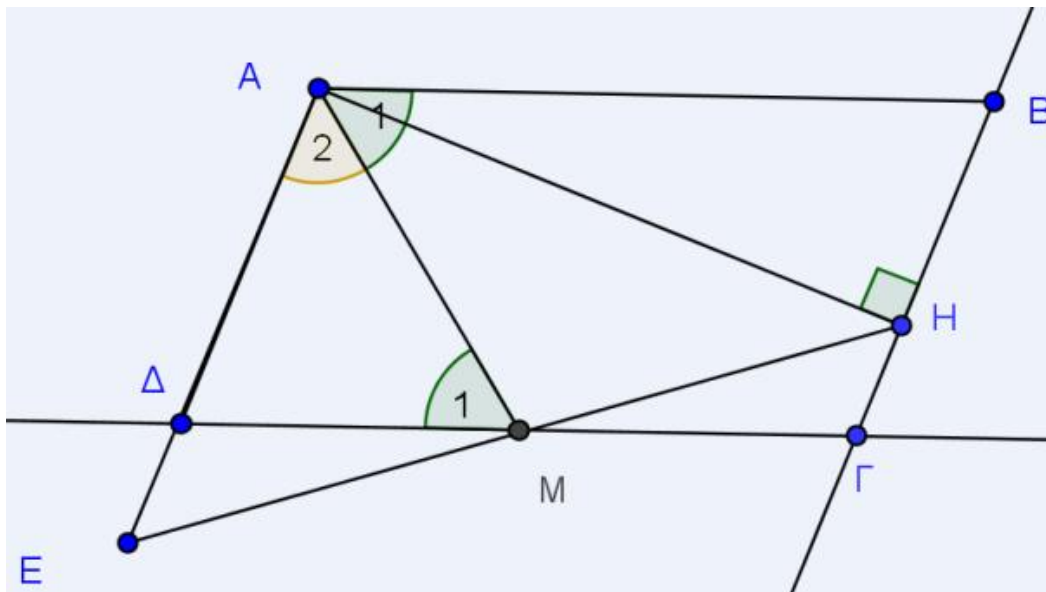
$\hat{M}_1 = \hat{A}_2$ διότι ΑΔΜ ισοσκελές

$$\Delta M = \Delta A = \frac{AB}{2}$$

οπότε ΑΜ διχοτόμος της γωνίας Α του παραλληλογράμμου.

β) Τα τρίγωνα ΔΜΕ και ΗΜΓ είναι ίσα διότι έχουν ΔΜ=ΜΓ, γωνίες στο Μ ίσες ως κατακορυφήν και $\hat{H}\hat{\Gamma}M = \hat{E}\hat{\Delta}M$ ως εντός εναλλάξ των ΑΕ και ΒΓ που τέμνονται από την ΔΓ. Άρα ΕΜ=ΜΗ
Επομένως τα τμήματα ΔΓ και ΕΗ διχοτομούνται.

γ) Επειδή ΕΑΓ είναι ορθογώνιο στο Α και ΑΜ διάμεσος ΑΜ=ΜΕ άρα $\hat{\Delta}EM = \hat{A}_2$ αλλά $\hat{A}_2 = \hat{A}_1 = \hat{\Delta}MA$ οπότε $\hat{\Delta}EM = \hat{E} = \hat{\Delta}MA$.



Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.