

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

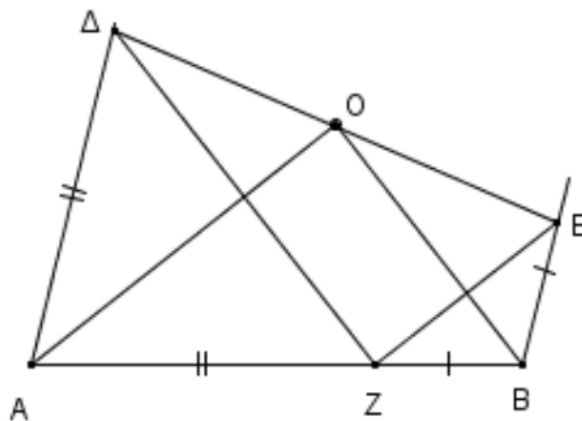
Θέμα 4

GI_A_GEO_4_3811

Δίνεται τραπέζιο ΑΔΕΒ, με ΑΔ//ΒΕ, στο οποίο ισχύει ότι ΑΒ=ΑΔ+ΒΕ, και Ο το μέσον της ΔΕ. Θεωρούμε σημείο Ζ στην ΑΒ τέτοιο ώστε ΑΖ=ΑΔ και ΒΖ=ΒΕ.

Αν γωνία $\widehat{\Delta\hat{A}Z} = \varphi$,

- α) να εκφράσετε τη γωνία ΑΖΔ σε συνάρτηση με τη φ . (Μονάδες 8)
- β) να εκφράσετε τη γωνία ΕΖΒ σε συνάρτηση με τη φ . (Μονάδες 8)
- γ) να αποδείξετε ότι οι ΟΑ και ΟΒ είναι μεσοκάθετοι των τμημάτων ΔΖ και ΖΕ αντίστοιχα. (Μονάδες 9)



Λύση:

α) Είναι $\widehat{\varphi} + \widehat{\Delta_1} + \widehat{Z_1} = 180^\circ$ ή επειδή $\widehat{\Delta_1} = \widehat{Z_1}$

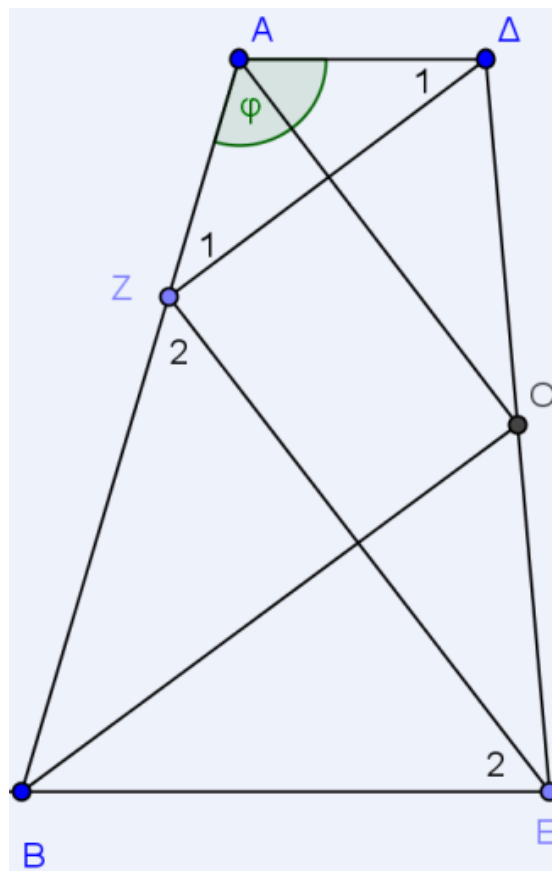
$$\widehat{\varphi} + 2\widehat{Z_1} = 180^\circ \Rightarrow 2\widehat{Z_1} = 180^\circ - \widehat{\varphi} \quad \text{ή} \quad \widehat{Z_1} = \widehat{AZD} = 90^\circ - \frac{\widehat{\varphi}}{2}.$$

β) $\hat{B} + \hat{Z}_2 + \hat{E}_2 = 180^\circ$ και $\hat{B} + \hat{\varphi} = 180^\circ$, γιατί $A\Delta // BE$ και ακόμη $\hat{Z}_2 = \hat{E}_2$.

Οπότε έχουμε:

$$180^\circ - \hat{\varphi} + 2\hat{Z}_2 = 180^\circ \text{ ή } \hat{\varphi} = 2\hat{Z}_2 \text{ ή } \hat{Z}_2 = \hat{E}\hat{Z}B = \frac{\hat{\varphi}}{2}.$$

γ) Η γωνία $\Delta\hat{Z}E = 90^\circ$ διότι $\hat{Z}_1 + \hat{Z}_2 = 90^\circ - \frac{\hat{\varphi}}{2} + \frac{\hat{\varphi}}{2} = 90^\circ$ οπότε η διάμεσος $ZO = O\Delta = OE$ άρα επειδή A και O ισαπέχουν από το Δ και Z θα βρίσκονται πάνω στη μεσοκάθετο της DZ όμοια το B και O ισαπέχουν από τα E και Z άρα βρίσκονται στη μεσοκάθετο της ZE .



Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδρο Γεωργιακάκη.