

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

GI_A_GEO_4_3808

Θεωρούμε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), τα μέσα Δ, E, Z των πλευρών του και το ύψος του AK . Έστω Θ είναι το σημείο τομής των AZ και ΔE .

α) Να αποδείξετε ότι:

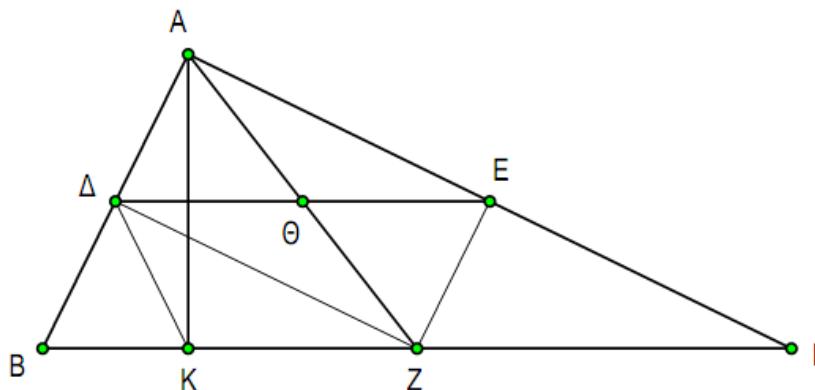
i. Το τετράπλευρο $A\Delta ZE$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 8)

ii. $A\Theta = \Theta E = \frac{B\Gamma}{4}$ (Μονάδες 7)

γ) Αν επιπλέον είναι γωνία $\hat{\Gamma} = 30^\circ$,

i. να βρείτε τη γωνία $\hat{A}ZB$. (Μονάδες 5)

ii. να αποδείξετε ότι $BK = \frac{B\Gamma}{4}$. (Μονάδες 5)



Λύση:

α) i) Η $ZE // = \frac{AB}{2} = A\Delta$ άρα το τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο και επειδή

$\hat{A} = 90^\circ$ είναι ορθογώνιο.

ii) Επειδή το ΑΕΖΔ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο οι διαγώνιές του είναι ίσες άρα $AZ = \Delta E$ ή $\frac{AZ}{2} = \frac{\Delta E}{2}$ ή $A\Theta = \Theta E$ αλλά $\Delta E // = \frac{B\Gamma}{2}$ ή $\Theta E // = \frac{B\Gamma}{4}$ διότι Δ και Ε μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ οπότε τελικά $A\Theta = \Theta E = \frac{B\Gamma}{4}$.

β) i) Αφού $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ η $\hat{B} = 60^\circ$ η διάμεσος $AZ = BZ = Z\Gamma$ άρα το τρίγωνο ΑΒΖ είναι ισόπλευρο και η γωνία $\hat{AZB} = 60^\circ$.

ii) Επειδή ΑΒΖ ισόπλευρο το Κ είναι το μέσο του ΒΖ οπότε $BK = \frac{BZ}{2}$, $BZ = \frac{B\Gamma}{2}$
συνεπώς $BK = \frac{B\Gamma}{4}$.

Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.