

Τράπεζα Θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

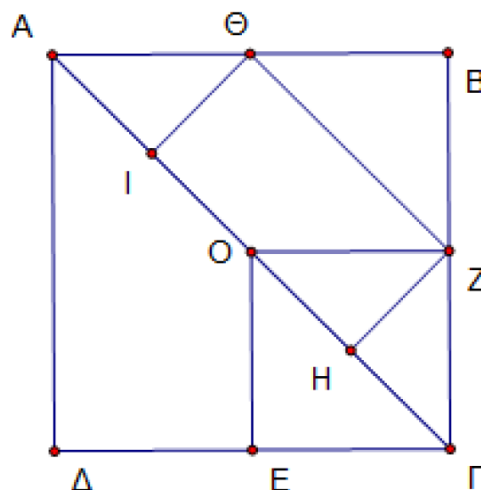
GI_A_GEO_4_3806

Δίνεται το τετράγωνο ΑΒΓΔ. Στη διαγώνιο ΑΓ θεωρούμε σημεία Ι, Ο, Η ώστε $AI = IO = OH = HG$. Αν Ε, Θ και Ζ τα μέσα των πλευρών ΔΓ, ΑΒ και ΒΓ αντίστοιχα να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο ΟΖΓΕ είναι τετράγωνο. (Μονάδες 7)

β) $ZH = \frac{AG}{4}$. (Μονάδες 8)

γ) Το τετράπλευρο ΙΘΖΗ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, με $\Theta Z = 2\Theta I$. (Μονάδες 10)



Λύση:

α) Η $OZ \parallel EG$ και επειδή $AB \perp BG \Rightarrow OZ \perp BG$ το σχήμα είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Επειδή όμως $OZ = ZG = \frac{AB}{2}$ το σχήμα είναι τετράγωνο.

β) Το τρίγωνο ΟΖΓ είναι ορθογώνιο στο Ζ. Η ΖΗ διάμεσος. Άρα $ZH = \frac{OG}{2} = \frac{\frac{AG}{2}}{2} = \frac{AG}{4}$.

γ) Είναι $\Theta Z // \frac{A\Gamma}{2}$ ή $\Theta Z = IH$. Άρα το τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο και επειδή $ZH \perp A\Gamma$ το παραλληλόγραμμο είναι και ορθογώνιο γιατί έχει μια γωνία ορθή. Είναι $\Theta Z = IH = 2OH = 2ZH = 2OI$.

Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.