

Τράπεζα Θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

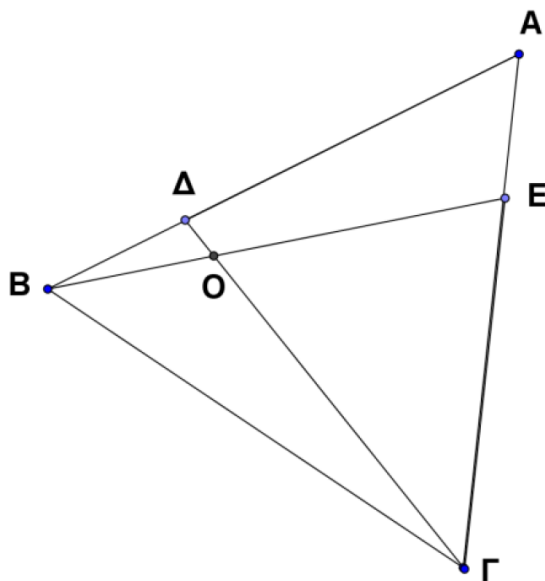
GI_A_GEO_4_3800

Θεωρούμε ισόπλευρο τρίγωνο $ABΓ$ και τα σημεία $Δ$ και $Ε$ των πλευρών AB και $ΑΓ$ αντίστοιχα, ώστε να είναι $ΑΔ=ΕΕ$. Έστω $Ο$ το σημείο τομής των $ΓΔ$ και $ΒΕ$.

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. $\hat{B}\hat{E}\hat{Γ} = \hat{Γ}\hat{Δ}\hat{A}$. (Μονάδες 10)
- ii. $\hat{B}\hat{O}\hat{Γ} = 120^\circ$. (Μονάδες 10)

β) Να εξετάσετε αν το τετράπλευρο $ΑΕΟΔ$ είναι εγγράψιμο. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)

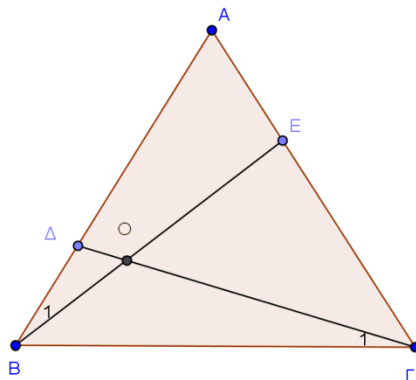


Λύση:

α) i) Τα τρίγωνα $ΑΔΓ$ και $ΒΕΓ$ έχουν $ΑΔ=ΕΕ$, $ΑΓ=ΒΓ$, και $\hat{A} = \hat{E}\hat{Γ}B = 60^\circ$. Άρα είναι ίσα επομένως $\hat{B}\hat{E}\hat{Γ} = \hat{A}\hat{Δ}\hat{Γ}$.

ii) Από ερώτημα (α) είναι $\hat{E}\hat{B}\hat{Γ} = \hat{Δ}\hat{Γ}\hat{E}$ και $\hat{Γ}_1 = \hat{B}_1$ σαν υπόλοιπα ίσων γωνιών. Όμως $\hat{E}\hat{B}\hat{Γ} + \hat{Γ}_1 = \hat{E}\hat{B}\hat{Γ} + \hat{B}_1 = 60^\circ$, οπότε $\hat{B}\hat{O}\hat{Γ} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

β) Το τετράπλευρο είναι εγγράψιμο σε κύκλο διότι $\angle \hat{O}E + \hat{A} = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$



Επιμέλεια: Βασίλης Τσιλιβής - Μαθηματικός