Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4 **GI_A_GEO_4_3798**

Δίνεται ορθή γωνία $x\hat{O}y=90^0$ και Α,Β σημεία των ημιευθειών Oy, Ox, με ΟΑ=ΟΒ. Η (ε) είναι ευθεία που διέρχεται από την κορυφή Ο και αφήνει τις ημιευθείες Οx, Oy στο ίδιο ημιεπίπεδο. Η κάθετος από το σημείο Α στην (ε) την τέμνει στο Δ και η κάθετος από το σημείο Β στην (ε) την τέμνει στο Ε.

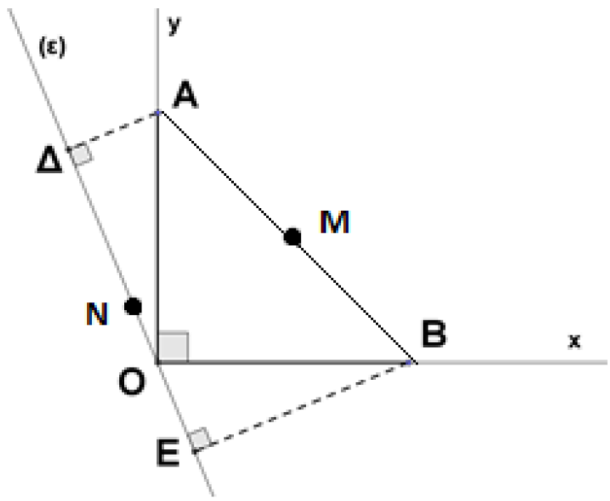
Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΟΑΔ και ΟΕΒ είναι ίσα. (Μονάδες 7)

β) ΑΔ+ΒΕ=ΔΕ. (Μονάδες 7)

γ) $MN=\frac{ΔΕ}{2}$, όπου ΜΝ είναι το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των ΔΕ και ΑΒ. (Μονάδες 7)

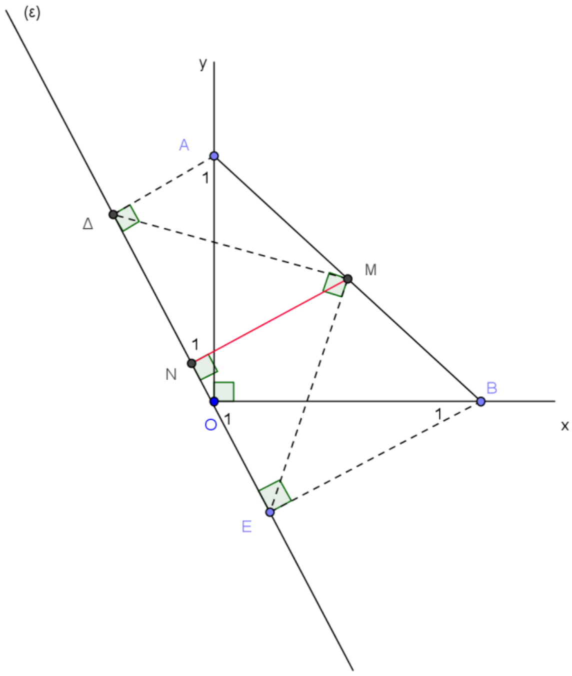
δ) Το τρίγωνο ΔΜΕ είναι ορθογώνιο ισοσκελές. (Μονάδες 4)



Λύση:

α) Τα τρίγωνα είναι ίσα διότι έχουν ΟΑ=ΟΒ, $\hat{O}_1=\hat{B}_1$ πλευρές κάθετες και είναι οξύες και οι δύο. Όμοια $\hat{A}_1=\hat{O}_1$ πλευρές κάθετες. Οπότε ΑΔ=ΟΕ και ΔΟ=ΒΕ.

β) Τις σχέσεις ΑΔ=ΟΕ και ΒΕ=ΔΟ τις προσθέτουμε κατά μέλη και έχουμε ΑΔ+ΒΕ=ΟΕ+ΟΔ=ΔΕ.



γ) Το ΔΑΒΕ είναι τραπέζιο και η ΝΜ διάμεσος του, οπότε κατά τα γνωστά θα είναι παράλληλη προς τις βάσεις και ίση με το ημιάθροισμα τους. Δηλαδή $NM=\frac{A\Delta+BE}{2}$ ή επειδή ΑΔ+ΒΕ=ΔΕ θα είναι $NM=\frac{\Delta E}{2}$.

δ) Η $NM\perp\Delta E$ και στο μέσο Ν άρα ΔΜ=ΜΕ και το ΔΜΕ είναι ισοσκελές επειδή $NM=\frac{\Delta E}{2}$ είναι και ορθογώνιο διότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο η διάμεσος από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι το μισό της υποτείνουσας.

<u>Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.</u>