

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

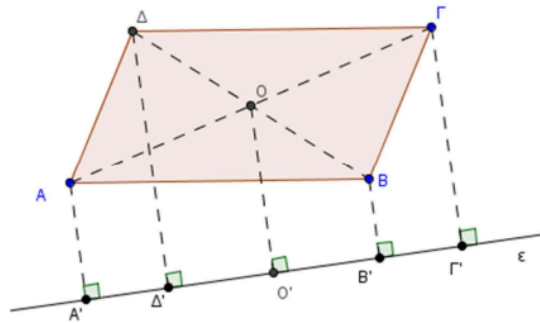
Θέμα 4

GI_A_GEO_4_2808

Θεωρούμε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και τις προβολές Α', Β', Γ', Δ' των κορυφών του Α, Β, Γ, Δ αντίστοιχα, σε μια ευθεία ε.

α) Αν η ευθεία ε αφήνει τις κορυφές του παραλληλογράμμου στο ίδιο ημιεπίπεδο και είναι $AA'=3$, $BB'=2$, $\Gamma\Gamma'=5$, τότε:

- i. Να αποδείξετε ότι η απόσταση του κέντρου του παραλληλογράμμου από την ε είναι ίση με 4. (Μονάδες 8)
- ii. Να βρείτε την απόσταση ΔΔ'. (Μονάδες 9)



β) Αν η ευθεία ε διέρχεται από το κέντρο του παραλληλογράμμου και είναι παράλληλη προς δύο απέναντι πλευρές του, τι παρατηρείτε για τις αποστάσεις AA' , BB' , $\Gamma\Gamma'$, $\Delta\Delta'$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας (Μονάδες 8)

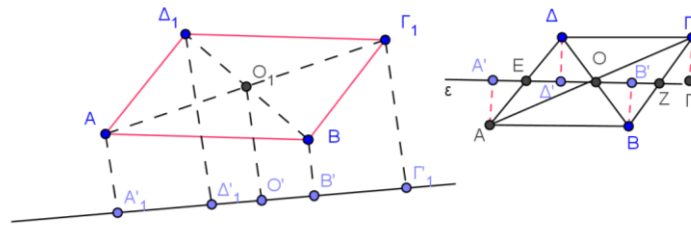
Λύση:

α) Από το τραπέζιο $AA'\Gamma\Gamma'$ η OO' είναι διάμεσος οπότε από τη θεωρία

$$OO' = \frac{AA' + \Gamma\Gamma'}{2} \quad \text{ή} \quad OO' = \frac{3+5}{2} \quad \text{ή} \quad OO' = 4.$$

β) Στο τραπέζιο $\Delta\Delta'B'B$ η OO' είναι διάμεσος άρα: $OO' = \frac{\Delta\Delta' + BB'}{2}$ ή $4 = \frac{\Delta\Delta' + 2}{2}$ ή $8 = \Delta\Delta' + 2$ ή $\Delta\Delta' = 6$.

γ) Η (ε) αφού περνά από O και παράλληλη με τις AB και $\Delta\Gamma$ θα περνά και από τα μέσα E και Z των πλευρών AB και $B\Gamma$ οπότε τα ορθογώνια τρίγωνα $AA'E$, $\Delta\Delta'E$, $BB'Z$, $\Gamma\Gamma'Z$ είναι ίσα και επομένως οι αποστάσεις AA' , BB' , $\Gamma\Gamma'$, $\Delta\Delta'$ είναι ίσες.



Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.