

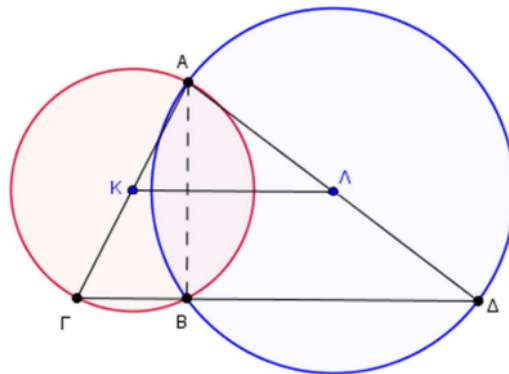
Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

GI_A_GEO_4_2806

Δύο κύκλοι (K,ρ) , (Λ,R) τέμνονται σε δύο σημεία A , B . Αν Γ και Δ είναι τα αντιδιαμετρικά σημεία του A στους δύο κύκλους, τότε να αποδείξετε ότι:

- α) $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 90^\circ$ (Μονάδες 5)
- β) τα σημεία Γ , B , Δ είναι συνευθειακά. (Μονάδες 10)
- γ) το τετράπλευρο με κορυφές τα σημεία K,Λ,Γ,Δ είναι τραπέζιο. (Μονάδες 10)



Λύση:

α) Επειδή η γωνία $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$ είναι εγγεγραμμένη στον κύκλο (K,ρ) και βαίνει σε τόξο μισής περιφέρειας είναι 90° συνεπώς $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}=90^\circ$

β) Επίσης η γωνία $\hat{A}\hat{B}\hat{\Delta}=90^\circ$ επομένως η γωνία $\hat{\Gamma}\hat{B}\hat{\Delta}=180^\circ$ και κατά συνέπεια τα σημεία Γ,B,Δ είναι συνευθειακά.

γ) Η ΚΛ ενώνει τα μέσα Κ, Λ των πλευρών ΑΓ και ΑΔ του τριγώνου ΑΒΔ επομένως είναι

$$ΚΛ // = \frac{\Gamma\Delta}{2} \text{ άρα το } \GammaΚΛΒ \text{ είναι τραπέζιο}$$

Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.