Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α’ Λυκείου

Θέμα 4 **GI_A_GEO_4_2804**

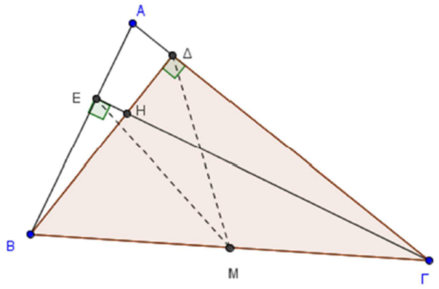
Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ, τα ύψη του ΒΔ και ΓΕ που τέμνονται στο σημείο Η και το μέσο Μ της πλευράς ΒΓ.

α) Να αποδείξετε ότι

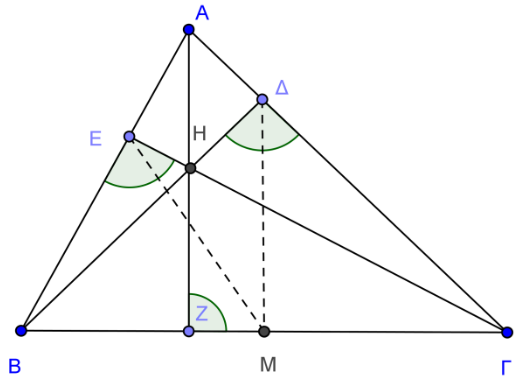
i. ΜΔ=ΜΕ (Μονάδες 10)

ii. Η ευθεία ΑΗ τέμνει κάθετα τη ΒΓ και ότι $\hat{AHΔ}=\hat{Γ}$, όπου $\hat{Γ}$ η γωνία του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 5)

γ) Να βρείτε το ορθόκεντρο του τριγώνου ΑΒΗ. (Μονάδες 10)



Λύση:



α) i) Γνωρίζουμε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο η διάμεσος από την κορυφή της ορθής γωνίας προς την υποτείνουσα είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας. Η ΔΜ είναι διάμεσος του ορθογωνίου τριγώνου ΒΔΓ.

Επομένως $ΔM=\frac{BΓ}{2}$ (1)

Ομοίως η ΕΜ είναι διάμεσος της ΒΕΓ

άρα $EM=\frac{BΓ}{2}$ (2)

Από (1) και (2) συνάγεται ότι ΕΜ=ΔΜ.

ii) Η $ΑΗ \perp ΒΓ$ διότι είναι το τρίτο ύψος του ΑΒΓ. Το τετράπλευρο ΓΖΗΔ είναι εγγράψιμο σε κύκλο γιατί οι γωνίες του στο Ζ και στο Δ είναι 90^{o} έκαστη και η $Α\hat{Η}Δ$ είναι εξωτερική και θα είναι ίση με την απέναντι εσωτερική που είναι $\hat{Γ}$, επομένως είναι $Α\hat{Η}Δ = \hat{Γ}$.

β) Το ορθόκεντρο του τριγώνου ΑΗΒ είναι η κορυφή Γ του τριγώνου διότι η $ΒΖ \perp ΑΗ$ πλευρά $ΒΔ \perp ΒΗ$ πλευρά όπου αυτές οι κάθετες τέμνονται στο Γ. Επίσης και το τρίτο ύψος ΗΕ του τριγώνου περνά από το Γ.

<u>Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη</u>.