

## Τράπεζα Θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

### Θέμα 4

GI\_A\_GEO\_4\_2802

Δίνεται ευθεία ( $\epsilon$ ) και δυο σημεία  $A, B$  εκτός αυτής έτσι ώστε η ευθεία  $AB$  να μην είναι κάθετη στην ( $\epsilon$ ). Φέρουμε  $AD, BG$  κάθετες στην ( $\epsilon$ ) και  $M, N$  μέσα των  $AB$  και  $GD$  αντίστοιχα.

α) Αν τα  $A, B$  είναι στο ίδιο ημιεπίπεδο σε σχέση με την ( $\epsilon$ )

i) να εξετάσετε αν το τετράπλευρο  $ABGD$  είναι, παραλληλόγραμμο, τραπέζιο ή ορθογώνιο σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις, αιτιολογώντας την απάντησή σας:

1)  $AD < BG$  (Μονάδες 4)

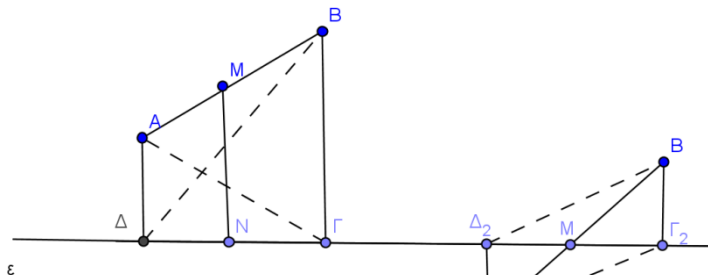
2)  $AD = BG$ . (Μονάδες 4)

ii) να εκφράσετε το τμήμα  $MN$  σε σχέση με τα τμήματα  $AD, BG$  στις δυο προηγούμενες περιπτώσεις. (Μονάδες 6)

β) Αν η ευθεία ( $\epsilon$ ) τέμνει το τμήμα  $AB$  στο μέσο του  $M$  να βρείτε το είδος του τετραπλεύρου  $ABGD$  (παραλληλόγραμμο, τραπέζιο, ορθογώνιο) και να δείξετε ότι τα  $M, N$  ταυτίζονται. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 9+2)

### Λύση:

α) i) Το  $ABGD$  είναι τραπέζιο διότι έχει  $AD \parallel BG$  και άνισες διαγώνιες. Είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο γιατί έχει ίσες διαγώνιες και μια γωνία ορθή.



ii) Για την πρώτη περίπτωση είναι  $MN = \frac{AD + BG}{2}$  (1). Αλλά

$AD < AG$  και  $BG < BD$  γιατί σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο η υποτείνουσα είναι μεγαλύτερη από κάθε κάθετη πλευρά. Οπότε  $AD + BG < AG + BD$  ή  $\frac{AD + BG}{2} < \frac{AG + BD}{2}$  (2).

Από (1) και (2) παίρνουμε  $MN < \frac{AG + BD}{2}$ .

Στην περίπτωση που  $AG = BD$  είναι και  $AD = BG$  έχουμε  $MN < AG$  ή  $MN < BD$ .

**β)** Τα τρίγωνα  $ADM$  και  $BGM$  είναι ίσα διότι  $AM = BM$ ,  $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$  και  $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$ . Επομένως και  $DM = MG$  και  $AD // = BG$ . Οπότε  $ADBG$  είναι παραλληλόγραμμο, οπότε οι διαγώνιες του διχοτομούνται και επομένως το  $M$  ταυτίζεται με το  $N$ .

Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.