Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4 **GI_A_GEO_4_2797**

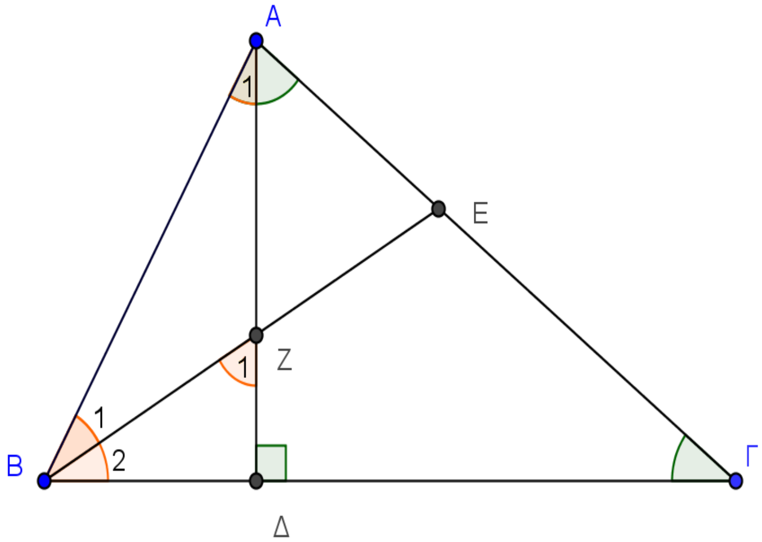
Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\hat{A}+\hat{\Gamma}=2\hat{B}$ και έστω ΑΔ ύψος και ΒΕ διχοτόμος του τριγώνου που τέμνονται στο Ζ.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\hat{B}=60^o$ και ΑΖ=ΒΖ. (Μονάδες 10)

ii. $A\Delta=\frac{3}{2}BZ$ (Μονάδες 8)

β) Αν είναι γνωστό ότι το τρίγωνο ΑΖΕ είναι ισόπλευρο, να υπολογίσετε τις άλλες γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 7)



Λύση:

α) i. Επειδή $\hat{A}+\hat{B}=180^\circ$ και $\hat{A}+\hat{\Gamma}=2\hat{B}$ έχουμε ότι $2\hat{B}+\hat{B}=180^\circ$ συνεπώς $\hat{B}=60^\circ$, οπότε $\hat{A}=30^\circ$ και $\hat{B}_1=\frac{\hat{B}}{2}=30^\circ$ διότι BE διχοτόμος, οπότε τρίγωνο AZE είναι ισοσκελές, συνεπώς $AZ=BZ$.

ii. Η γωνία $\hat{Z}_1 = 60^\circ$ οπότε $\hat{B}_2 = 30^\circ$ και κατά τα γνωστά στο ορθογώνιο τρίγωνο $BZ\Delta$ η πλευρά που βρίσκεται απέναντι στη γωνία των 30° είναι το μισό της υποτείνουσας, δηλαδή $\Delta Z = \frac{BZ}{2} = \frac{AZ}{2} \Rightarrow \Delta Z + AZ = \frac{AZ}{2} + AZ \Rightarrow A\Delta = \frac{3}{2}AZ$.

β) Η γωνία $\hat{A}$ θα είναι $\hat{A} = 30^\circ + 60^\circ$ και η $\hat{\Gamma} = 90^\circ$.

<u>Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη</u>.