

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

GI_A_GEO_4_2794

Σε τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) είναι ΓΔ = 2ΑΒ. Επίσης τα Ζ, Η, Ε είναι τα μέσα των ΑΔ, ΒΓ και ΔΓ αντίστοιχα. Ακόμη η ΖΗ τέμνει τις ΑΕ, ΒΕ στα σημεία Θ, Ι αντίστοιχα.

α) Να δείξετε ότι, το τετράπλευρο ΑΒΓΕ είναι παραλληλόγραμμο.

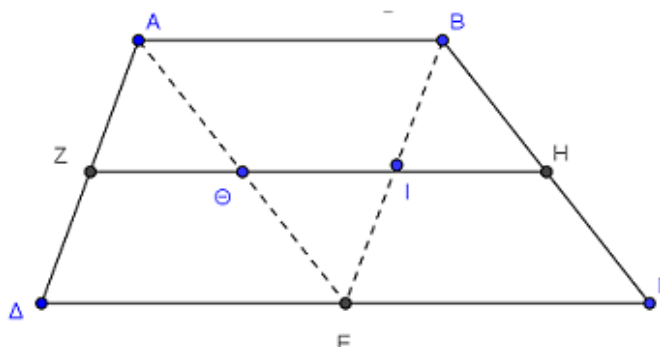
(Μονάδες 10)

β) Να δείξετε ότι, τα σημεία Θ, Ι είναι μέσα των ΑΕ, ΒΕ αντίστοιχα.

(Μονάδες 5)

γ) Να δείξετε ότι $ZH = \frac{3}{2} AB$.

(Μονάδες 10)



Λύση:

α) Επειδή $GD = 2AB \Rightarrow AB = \frac{GD}{2} = AE = EG$ επομένως το ΑΒΓΕ είναι παραλληλόγραμμο διότι ΑΒ//ΕΓ.

β) Στο τρίγωνο ΕΒΓ η ΗΙ//ΕΓ και επειδή περνά από το μέσο Η της πλευράς ΒΓ θα παίρνει και από το μέσο της ΒΕ. Άρα το Ι είναι μέσο της ΒΕ.

Όμοια στο τρίγωνο ΔΑΕ η ΖΘ//ΔΓ και επειδή παίρνει από το μέσο Ζ της ΑΔ θα παίρνει και από το μέσο Θ της ΑΕ, οπότε και το Θ είναι μέσο της ΑΕ.

γ) Στο τρίγωνο ΔΑΕ η $Z\Theta = \frac{\Delta E}{2} = \frac{AB}{2}$

Στο τρίγωνο ΑΕΒ η $\Theta I = \frac{AB}{2}$ και στο τρίγωνο ΕΒΑ η $ZH = \frac{E\Gamma}{2} = \frac{AB}{2}$. Οπότε

$$Z\Theta + \Theta I + ZH = ZH = \frac{AB}{2} + \frac{AB}{2} + \frac{AB}{2} = \frac{3}{2} AB.$$

Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.