

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

GI_A_GEO_4_2792

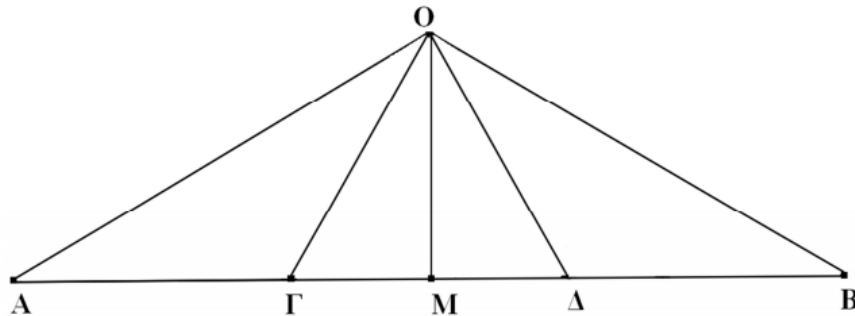
Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα AB και στο εσωτερικό του θεωρούμε τα σημεία Γ, Δ ώστε να ισχύει $AG = \Gamma\Delta = \Delta B$. Επίσης θεωρούμε σημείο O εκτός του ευθυγράμμου τμήματος AB έτσι ώστε να ισχύουν $OG = AG$ και $OD = \Delta B$.

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. η γωνία $\hat{G}\hat{O}\hat{\Delta}$ είναι 60° (Μονάδες 9)
- ii. οι γωνίες $\hat{O}\hat{A}\hat{\Gamma}$, $\hat{O}\hat{\Delta}\hat{B}$ είναι ίσες και κάθε μια ίση με 30° . (Μονάδες 9)

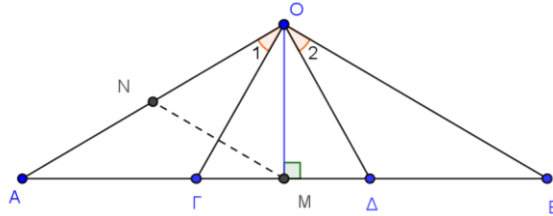
β) Αν M το μέσον του ευθυγράμμου τμήματος AB , να αποδείξετε ότι $2OM = OA$.

(Μονάδες 7)



Λύση:

α) i) Επειδή $OG = AG = \Gamma\Delta = \Delta O = \Delta B$ το τρίγωνο $O\Gamma\Delta$ είναι ισόπλευρο επομένως $\hat{G}\hat{O}\hat{\Delta} = \hat{O}\hat{\Gamma}\hat{\Delta} = \hat{O}\hat{\Delta}\hat{\Gamma} = 60^\circ$.



ii) Η γωνία $\Gamma = 60^\circ = \hat{A} + \hat{O}_1 = 2\hat{A}$ γιατί $\hat{A} = \hat{O}_1$ οπότε $2\hat{A} = 60^\circ \Rightarrow \hat{A} = 30^\circ$
 Όμοια $\hat{\Delta} = 60^\circ = \hat{B} + \hat{O}_2 = 2\hat{B}$ γιατί $\hat{O}_2 = \hat{B}$ οπότε $\hat{B} = 30^\circ$

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AM\Delta$ είναι $\hat{AOM} = 60^\circ$ οπότε αν φέρουμε την διάμεσο $MN = \frac{AO}{2} = NO$ και το τρίγωνο ONM είναι ισοσκελές και επειδή $\hat{NOM} = 60^\circ$ το τρίγωνο είναι ισόπλευρο άρα $OM = MN = NO = \frac{AO}{2}$. Επομένως $AO = 2OM$.

Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.