

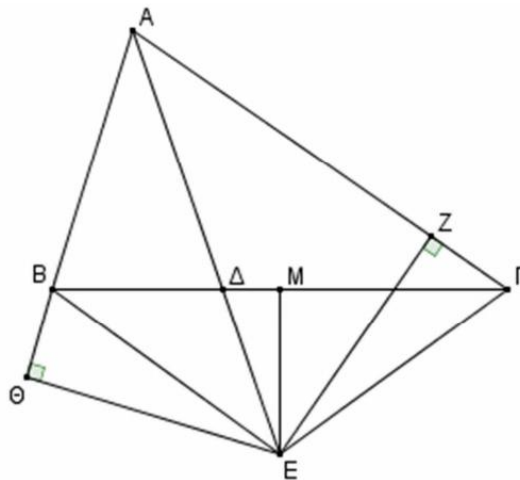
Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

GI_A_GEO_4_2787

Στο τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος, η κάθετη από το μέσο Μ της ΒΓ τέμνει την προέκταση της διχοτόμου ΑΔ στο σημείο Ε. Αν Θ, Ζ είναι οι προβολές του Ε στις ΑΒ, ΑΓ, να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο ΕΒΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 5)
- β) Τα τρίγωνα ΘΒΕ και ΖΓΕ είναι ίσα. (Μονάδες 8)
- γ) $\hat{A}\hat{\Gamma}E + \hat{A}\hat{B}E = 180^\circ$ (Μονάδες 12)



Λύση:

α) Συγκρίνω τα ορθογώνια τρίγωνα $\hat{B}ME$ και $\hat{E}M\hat{\Gamma}$.
Έχουν :

- $MB=MG$ (αφού Μ μέσο της ΒΓ)
- ME (κοινή πλευρά)

Επομένως τα ορθογώνια τρίγωνα έχουν τις κάθετες πλευρές τους ίσες μια προς μια, άρα είναι ίσα και τότε θα έχουν και όλα τα υπόλοιπα στοιχεία τους ίσα, δηλαδή $BE=EG$, συνεπώς το τρίγωνο $\hat{E}\hat{B}\hat{\Gamma}$ είναι ισοσκελές.

β) Συγκρίνω τα ορθογώνια τρίγωνα $\hat{A}\hat{\Theta}\hat{E}$ και $\hat{A}\hat{Z}\hat{E}$.

Έχουν :

- AE (κοινή)
- $\hat{\Theta}\hat{A}\hat{E} = \hat{E}\hat{A}\hat{Z}$ (αφού $A\Delta$ διχοτόμος της \hat{A})

Επομένως τα ορθογώνια τρίγωνα έχουν την υποτείνουσα και μια οξεία γωνία αντίστοιχη ίσες μια προς μια, άρα είναι ίσα.

Συγκρίνω τα ορθογώνια τρίγωνα ΘBE και ZGE .

Έχουν:

- $BE=EG$ (σύμφωνα με το α ερώτημα)
- $\Theta E=EZ$ (αφού τα τρίγωνα $A\Theta E$ και AZE δείξαμε πως είναι ίσα)

Επομένως τα ορθογώνια τρίγωνα, έχουν την υποτείνουσα και μια κάθετη πλευρα αντίστοιχα ίσες μια προς μια, άρα είναι ίσα.

$$\gamma) \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E} = 90^\circ - \hat{Z}\hat{E}\hat{\Gamma}$$

$$\hat{A}\hat{B}\hat{E} = 180^\circ - \hat{E}\hat{B}\hat{\Theta} = 180^\circ - (90^\circ - \hat{\Theta}\hat{E}\hat{B}) = 90^\circ + \hat{\Theta}\hat{E}\hat{B}, \text{ τότε}$$

$$\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{E} + \hat{A}\hat{B}\hat{E} = 90^\circ - \hat{Z}\hat{E}\hat{\Gamma} + 90^\circ + \hat{\Theta}\hat{E}\hat{B} = 180^\circ - \hat{Z}\hat{E}\hat{\Gamma} + \hat{\Theta}\hat{E}\hat{B} = 180^\circ$$

*Σύμφωνα με το β ερώτημα από την ισότητα τριγώνων ΘBE και ZGE ισχύει $\hat{Z}\hat{E}\hat{\Gamma} = \hat{\Theta}\hat{E}\hat{B}$

Επιμέλεια: Ευαγγελία Τσίωκου - Μαθηματικός