

## Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

### Θέμα 2

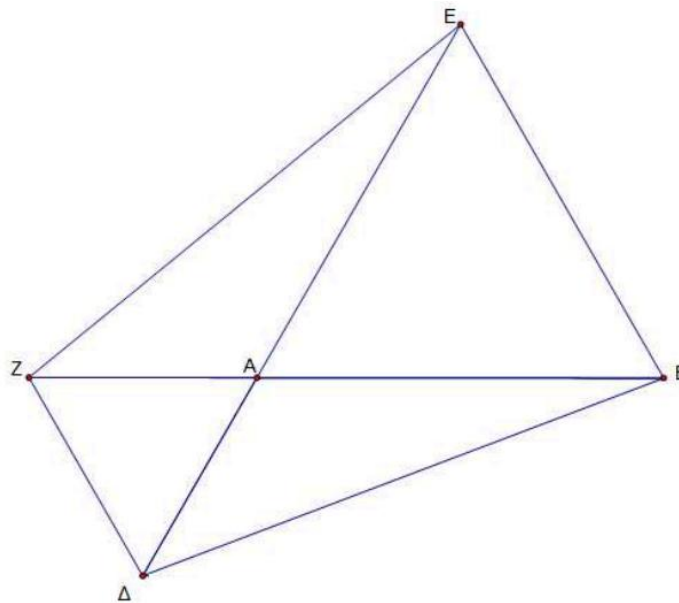
GI\_A\_GEO\_2\_5644

Έστω τρίγωνο  $AB\Delta$  με  $\hat{A} = 120^\circ$ . Εξωτερικά του τριγώνου κατασκευάζουμε τα ισόπλευρα τρίγωνα  $A\epsilon B$  και  $A\zeta\Delta$ .

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα  $AEZ$  και  $AB\Delta$  είναι ίσα. (Μονάδες 12)

β) Το τετράπλευρο  $B\Delta ZE$  είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 13)



### Λύση:

α) Συγκρίνω τα  $A\epsilon Z$ ,  $AB\Delta$ :

- $\hat{A}_1 = \hat{A}_3 = 120^\circ$  ως κατακορυφήν
- $A\Delta = A\zeta$
- $AB = A\epsilon$

Άρα  $\hat{\Delta EZ} = \hat{\Delta B\Delta}$  διότι έχουν δύο πλευρές ίσες μια προς μια και την περιεχόμενη γωνία ίση. Άρα  $\hat{ZEA} = \hat{AB\Delta}$ ,  $\hat{EZA} = \hat{A\Delta B}$ ,  $ZE = \Delta B$ .

β)  $\hat{A}_2 = \hat{A}_4$  (ως κατακορυφήν)

$$\hat{BEA} = \hat{EBA} = \hat{A}_2, EA = AB = BE \text{ (}\hat{A\hat{E}B} \text{ ισόπλευρο)} \quad (2)$$

$$\hat{E\Delta Z} = \hat{Z\Delta A} = \hat{A}_4, AZ = Z\Delta = \Delta A \text{ (}\hat{A\hat{Z}\Delta} \text{ ισόπλευρο)} \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{BEZ} = \hat{BEA} + \hat{AEZ} \\ \hat{EB\Delta} = \hat{EBA} + \hat{AB\Delta} \Rightarrow \hat{BEA} + \hat{ZEA} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{BEZ} = \hat{EB\Delta}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A\Delta Z} = \hat{A}_4 \\ \hat{BEA} = \hat{A}_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \hat{A}_4 = \hat{A}_2 \\ \hat{A\Delta Z} = \hat{BEA} \end{array} \Rightarrow \hat{A\Delta Z} = \hat{BEA} \text{ Άρα } \Delta Z // BE \text{ με } \hat{A\Delta Z}, \hat{BEA} \text{ εντός εναλλάξ γωνίες}$$

με την τέμνουσα ΔΕ.

Άρα:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta Z // EB \\ \hat{BEZ} = \hat{EB\Delta} \\ EZ = B\Delta \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Το B\Delta ZE είναι ισοσκελές τραπέζιο.}$$

**Επιμέλεια:** Βασίλης Γκιμίσσης - Μαθηματικός