

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 2

GI_A_GEO_2_5638

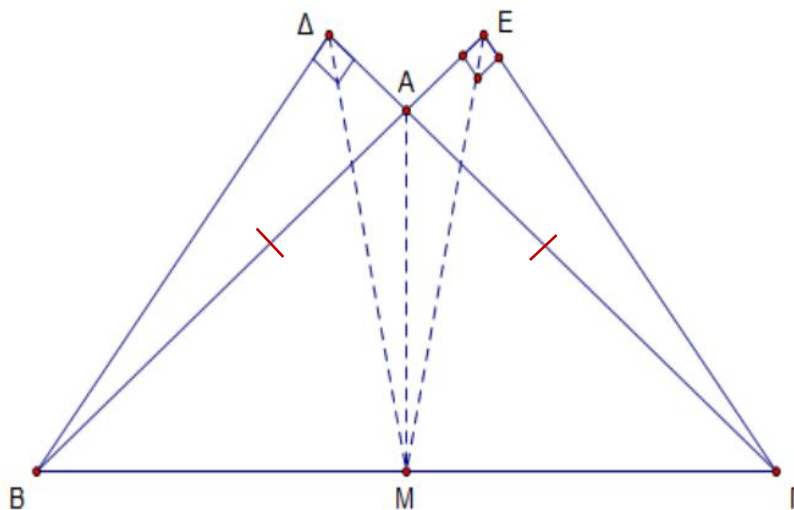
Έστω ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Στις προεκτάσεις των πλευρών AB και $A\Gamma$ προς το A φέρνουμε τμήματα $B\Delta$ και ΓE κάθετα στις $A\Gamma$ και AB αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι $B\Delta = \Gamma E$. (Μονάδες 10)

β) Αν M το μέσο της $B\Gamma$ τότε:

i. Να αποδείξετε ότι $M\Delta = ME$. (Μονάδες 8)

ii. Να αποδείξετε ότι η AM διχοτομεί τη γωνία $\angle \Delta ME$. (Μονάδες 7)



Λύση:

α) Συγκρίνουμε τα ορθογώνια $\triangle B\Delta A$, $\triangle \Gamma E A$.

Έχουν:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{\Delta} A \hat{\Delta} B = \hat{\Delta} \Gamma \hat{\Delta} E A = 90^\circ \\ \hat{\Delta} A \hat{\Delta} B = \hat{\Delta} \Gamma \hat{\Delta} A E \text{ (ως κατακορυφήν)} \\ AB = A\Gamma \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{\Delta} A \hat{\Delta} B = \hat{\Delta} A \hat{\Delta} \Gamma E, \text{ \acute{a}ρα } B\hat{\Delta} = \Gamma E.$$

β) i.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Στο } \hat{\Delta} B\hat{\Delta} \Gamma: M\hat{\Delta} = \frac{B\hat{\Gamma}}{2} \text{ (ως διάμεσος)} \\ \text{Στο } \hat{\Delta} B\hat{\Delta} \Gamma: M\hat{E} = \frac{B\hat{\Gamma}}{2} \text{ (ως διάμεσος)} \end{array} \right\} \Rightarrow M\hat{\Delta} = M\hat{E}$$

ii. Συγκρίνουμε $\hat{\Delta} A\hat{\Delta} M$, $\hat{\Delta} A\hat{M}E$.

Έχουν:

$$\left. \begin{array}{l} \bullet M\hat{\Delta} = M\hat{E} \\ \bullet A\hat{\Delta} = A\hat{E} \\ \bullet A\hat{M} \text{ κοινή} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{\Delta} A\hat{\Delta} M = \hat{\Delta} A\hat{M}E.$$

Άρα $\hat{\Delta} A\hat{M}E = \hat{\Delta} A\hat{M}\hat{\Delta}$, οπότε η MA διχοτομεί την $\hat{\Delta} M\hat{E}$.

Επιμέλεια: Ευαγγελία Τσίωκου - Μαθηματικός