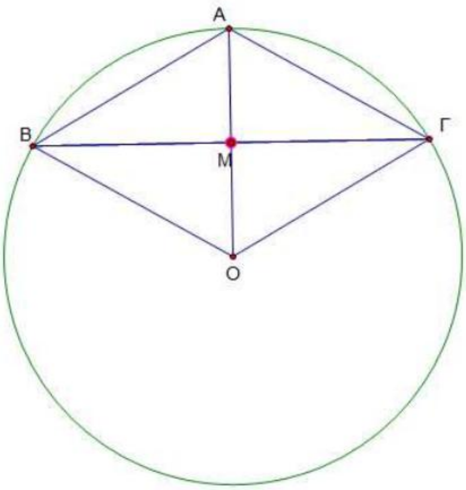
Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 2 **GI_A_GEO_2_5637**

Έστω κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ. Θεωρούμε την ακτίνα ΟΑ και τη χορδή ΒΓ κάθετη στην ΟΑ στο μέσο της Μ.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΓΟΒ είναι ρόμβος. (Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τετραπλεύρου ΑΓΟΒ. (Μονάδες 15)



Λύση:

α) Συγκρίνω τα ορθογώνια τρίγωνα: BMO και $\mathrm{OM\Gamma}$:

- $\mathrm{B\hat{M}O} = \mathrm{O\hat{M}\Gamma} = 90^o$
- $\mathrm{OB} = \mathrm{O\Gamma} = \rho$
- MO κοινή

Επομένως $\overset{\Delta}{\mathrm{BMO}} = \overset{\Delta}{\mathrm{OM\Gamma}}$, διότι είναι ορθογώνια τρίγωνα με δύο πλευρές ίσες μία προς μία και τότε: $\mathrm{BM} = \mathrm{M\Gamma}$.

Όμως $B\Gamma$, AO είναι διαγώνιοι του $A\Gamma OB$. Τελικά το $A\Gamma OB$ είναι παραλληλόγραμμο, διότι οι διαγώνιές του διχοτομούνται. Επειδή όμως είναι κάθετες μεταξύ τους ($B\Gamma \perp AO$) τότε είναι και ρόμβος με $O\Gamma = \Gamma A = AB = BO$.

β) Από το **α)** έχουμε ότι $B\overset{\triangle}{A}O$ και $O\overset{\triangle}{\Gamma}A$ είναι ισόπλευρα, διότι έχουν ΑΒ=ΒΟ=ΑΟ και ΓΟ=ΑΓ=ΑΟ αντίστοιχα και επομένως : $A\hat{\Gamma}O = O\hat{A}\Gamma = A\hat{O}\Gamma = 60^o$ και

$$B\hat{O}A = O\hat{A}B = A\hat{B}O = 60^o$$

Επιπλέον: $B\hat{A}\Gamma = B\hat{A}O + O\hat{A}\Gamma = 60^o + 60^o = 120^o$ και

$$B\hat{O}\Gamma = B\hat{O}A + A\hat{O}\Gamma = 60^o + 60^o = 120^o$$

<u>**Επιμέλεια:**</u> **Ευαγγελία Τσιώκου - Μαθηματικός**