

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 2

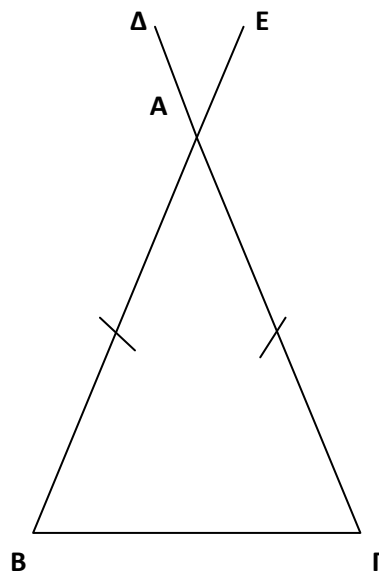
GI_A_GEO_2_5582

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Στις προεκτάσεις των πλευρών BA και ΓA (προς το A) θεωρούμε τα σημεία E και Δ αντίστοιχα τέτοια ώστε $A\Delta = AE$.

Να αποδείξετε ότι:

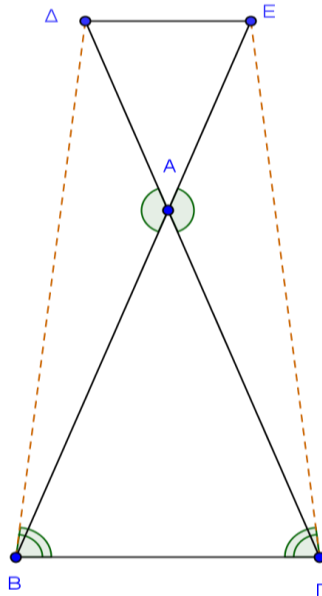
- α) $BE = \Gamma\Delta$ (Μονάδες 6)
- β) $B\Delta = \Gamma E$ (Μονάδες 10)
- γ) $\Delta\hat{B}\Gamma = E\hat{\Gamma}B$ (Μονάδες 9)

Λύση:



$$\begin{array}{l} \alpha) \quad BE = BA + AE \\ \quad \Gamma\Delta = \Gamma A + A\Delta \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Όμως} \end{array} \right. \rightarrow \left| \begin{array}{l} BA = \Gamma A \\ A\Delta = AE \end{array} \right. \rightarrow \text{Άρα: } \Gamma\Delta = BA + AE = BE$$

β)



Συγκρίνουμε τα $\triangle \Delta \hat{A} B$, $\triangle \hat{A} \Gamma$
Έχουν:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta A = AE \\ \triangle \hat{A} B = \triangle \hat{A} \Gamma (\text{ως κατακορυφήν}) \\ AB = AG \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle \hat{A} B = \triangle \hat{A} \Gamma, \text{ διότι έχουν δύο πλευρές ίσες μια} \\ \text{προς μια και την περιεχόμενη γωνία ίση. Άρα } B\Delta = \Gamma E.$$

γ) Από $\triangle \hat{A} B = \triangle \hat{A} \Gamma \Rightarrow \triangle \hat{B} A = \triangle \hat{A} \Gamma E$ (1)

Επίσης ABΓ ισοσκελές. Άρα $\triangle \hat{A} B \Gamma = \triangle \hat{A} \Gamma B$ (2)

Άρα:

$$\triangle \hat{B} \Gamma = \triangle \hat{A} B \Gamma + \triangle \hat{A} B \Delta \stackrel{(1),(2)}{\Rightarrow} \triangle \hat{A} \Gamma B + \triangle \hat{A} \Gamma E$$

$$\triangle \hat{E} \Gamma B = \triangle \hat{A} \Gamma B + \triangle \hat{A} \Gamma E$$

$$\triangle \hat{B} \Gamma = \triangle \hat{E} \Gamma B$$

Επιμέλεια: Ευαγγελία Τσιώκου - Μαθηματικός