

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

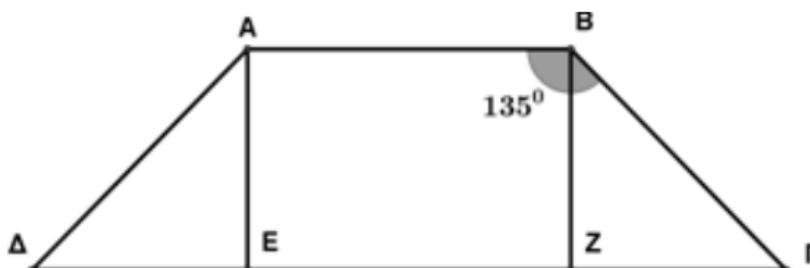
Θέμα 2

GI_A_GEO_2_5167

Θεωρούμε ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) με $\Gamma\Delta > AB$ και $\hat{B} = 135^\circ$. Από τις κορυφές A και B φέρουμε τα ύψη του AE και BZ .

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τραpezίου. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι $AE = EZ = BZ = \Gamma Z$ (Μονάδες 15)



Λύση:

α) Από τα δεδομένα, έχουμε $\hat{\Gamma} = \hat{\Delta}$ (το τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές).

$\hat{\Gamma} + \hat{B} = 180^\circ$ (ως εντός και επί τα αυτά των παραλλήλων $AB, \Gamma\Delta$)

άρα $\hat{\Gamma} + \hat{B} = 180^\circ \stackrel{\hat{B}=135^\circ}{\Rightarrow} \hat{\Gamma} = 180^\circ - 135^\circ \Leftrightarrow \hat{\Gamma} = 45^\circ$ & $\hat{\Delta} = 45^\circ$

Τέλος $\hat{A} = 45^\circ$.

β) $Z\hat{B}\Gamma + \underset{\hat{BZ}\Gamma=90^\circ}{B\hat{Z}\Gamma} + \hat{\Gamma} = 180^\circ \stackrel{\hat{\Gamma}=45^\circ}{\Rightarrow} Z\hat{B}\Gamma = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ \Leftrightarrow Z\hat{B}\Gamma = 45^\circ$

Συμπεραίνουμε πως το ορθογώνιο τρίγωνο ΒΖΓ είναι ισοσκελές, με: $BZ = ZΓ$ 1

Δουλεύοντας με τον ίδιο τρόπο όπως παραπάνω στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΕΔ, δείχνουμε πως είναι ισοσκελές με $ΑΕ = ΕΔ$ 2

Επειδή τα τρίγωνα ΑΕΔ και ΒΖΓ είναι ίσα (πραγματοποιείτε αναλυτικά τη σύγκριση), τότε: $ΑΕ = ΒΖ$ 3

Από τις σχέσεις 1 , 2 , 3 , έχουμε το ζητούμενο: $ΑΕ = ΕΔ = ΒΖ = ΓΖ$.

Επιμέλεια: Ευαγγελία Τσιώκου - Μαθηματικός