

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

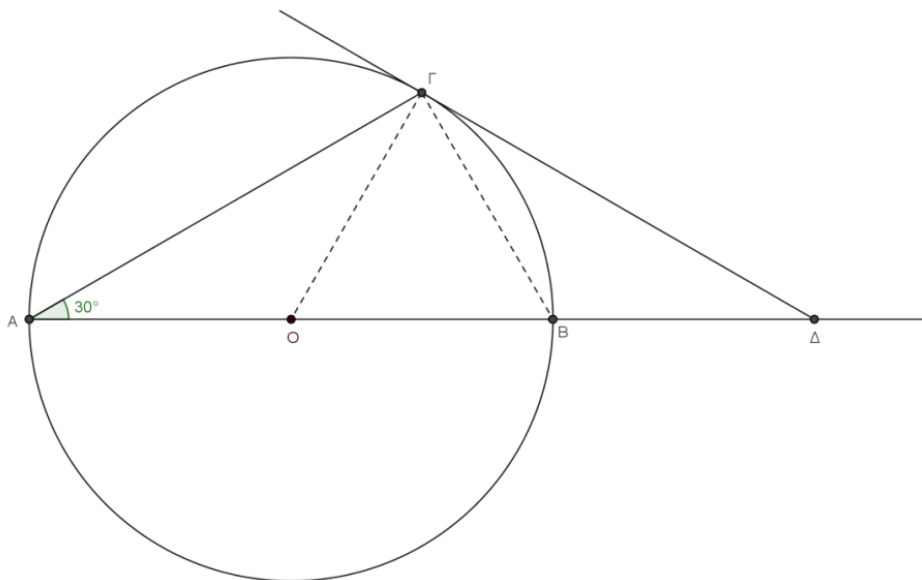
Θέμα 2

GI_A_GEO_2_5153

Δίνεται κύκλος (O, R) διαμέτρου AB , και χορδή AG τέτοια ώστε $\widehat{BAG} = 30^\circ$. Στο σημείο Γ φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου, η οποία τέμνει την προέκταση της διαμέτρου AB (προς το B) στο σημείο Δ .

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $O\Gamma\Delta$. (Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AO\Gamma$ και $\Gamma B\Delta$ είναι ίσα. (Μονάδες 13)



Λύση:

α) $OG \perp \Gamma\Delta$, άρα $\widehat{O\Gamma\Delta} = 90^\circ$

$OA = OG$, άρα $\widehat{A\Gamma O} = 30^\circ$ (αφού $\triangle AOG$ ισοσκελές)

Έτσι: $\widehat{AOG} = 180^\circ - \widehat{BAG} - \widehat{A\Gamma O} = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$

Οι $\hat{A}\hat{O}\hat{\Gamma}$, $\hat{\Gamma}\hat{O}\hat{\Delta}$ είναι παραπληρωματικές, δηλαδή:

$$\hat{A}\hat{O}\hat{\Gamma} + \hat{\Gamma}\hat{O}\hat{\Delta} = 180^\circ \Leftrightarrow \hat{\Gamma}\hat{O}\hat{\Delta} = 180^\circ - \hat{A}\hat{O}\hat{\Gamma} \Leftrightarrow \hat{\Gamma}\hat{O}\hat{\Delta} = 60^\circ$$

Τέλος, $\hat{\Gamma}\hat{\Delta}\hat{O} + \hat{\Gamma}\hat{O}\hat{\Delta} + \hat{O}\hat{\Gamma}\hat{\Delta} = 180^\circ \Rightarrow \hat{\Gamma}\hat{\Delta}\hat{O} = 30^\circ$

β) Συγκρίνω τα $\hat{A}\hat{O}\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}\hat{B}\hat{\Delta}$
Έχουν:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}\hat{\Gamma}\hat{\Delta} = \hat{\Gamma}\hat{A}\hat{B} \text{ (εγγεγραμμένη = με υπό χορδής και εφαπτομένης)} \\ \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{O} = \hat{\Gamma}\hat{A}\hat{B} = \hat{\Gamma}\hat{\Delta}\hat{O} = 30^\circ \\ \hat{A}\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}\hat{\Delta} \text{ (}\hat{\Gamma}\hat{A}\hat{B} = \hat{\Gamma}\hat{\Delta}\hat{O}\text{)} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}\hat{O}\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}\hat{B}\hat{\Delta} \text{ (}\hat{\Gamma} - \hat{\Pi} - \hat{\Gamma}\text{)}$$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης - Μαθηματικός