

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 2

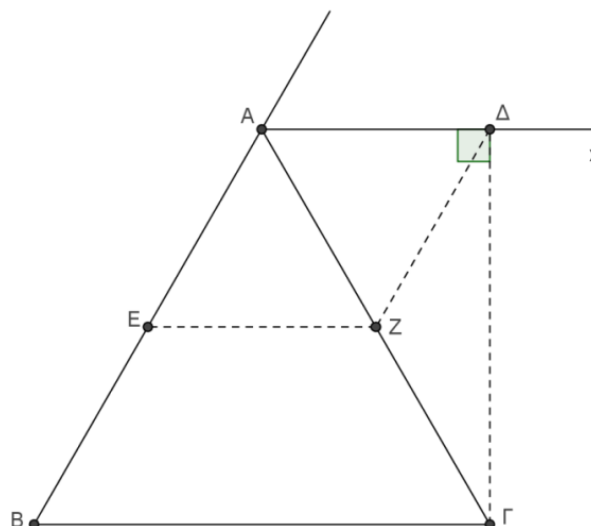
GI_A_GEO_2_5149

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ. Φέρουμε την εξωτερική διχοτόμο Αx της γωνίας \hat{A} και από το σημείο Γ την κάθετο ΓΔ στην Αx. Τα σημεία Ε και Ζ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο ΑΖΔ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 13)

β) το τετράπλευρο ΑΔΖΕ είναι ρόμβος. (Μονάδες 12)



Λύση:

Δίνονται:

- $\triangle ABC$ είναι ισόπλευρο, άρα: $AB = BC = CA$ & $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$.

- Αχ διχοτόμος της \hat{A}
- ΑΕ=ΕΒ & ΑΖ=ΖΓ

$$\alpha) \hat{A}_{εξ} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \quad \text{και} \quad \Delta \hat{A} Z = \frac{\hat{A}_{εξ}}{2} = 60^\circ$$

$$\Delta Z = \frac{1}{2} A\Gamma = AZ \quad (\text{διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου})$$

Άρα $\Delta AZ\Delta$ ισόπλευρο.

$$\beta) A\Delta = \Delta Z = \frac{A\Gamma}{2} = \frac{B\Gamma}{2} = EZ = \frac{AB}{2} = AE.$$

Άρα ΑΔΖΕ ρόμβος

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσσης - Μαθηματικός