

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 2

GI_A_GEO_2_5059

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Έστω Δ σημείο της πλευράς $A\Gamma$ τέτοιο ώστε, η διχοτόμος DE της γωνίας $\widehat{A\Delta B}$ να είναι παράλληλη στην πλευρά $B\Gamma$.

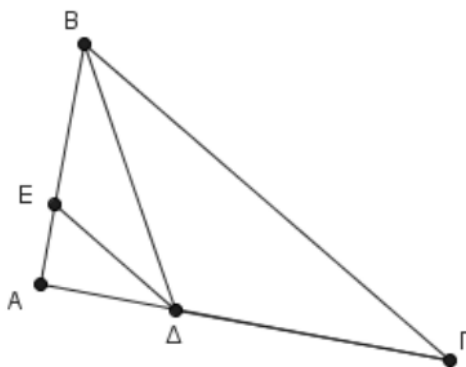
Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο $B\Delta\Gamma$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)

β) Αν $\widehat{A\Delta B} = 60^\circ$,

I. να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{\Gamma}$. (Μονάδες 8)

II. να αποδείξετε ότι $B\Gamma = 2AB$ (Μονάδες 7)



Λύση:

α) Δίνεται ότι: $B\Gamma \parallel E\Delta$

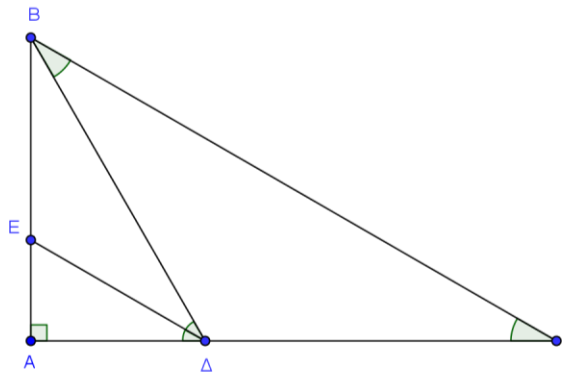
Παίρνουμε:

$\widehat{\Delta B\Gamma} = \widehat{E\Delta B}$ ως εντός εναλλάξ

$\widehat{B\Gamma\Delta} = \widehat{E\Delta A}$ ως εντός, εκτός και επί τα αυτά.

Όμως $\widehat{E\Delta A} = \widehat{E\Delta B}$, αφού δίνεται πως DE διχοτόμος $\widehat{A\Delta B}$

Άρα τελικά $\widehat{\Delta B\Gamma} = \widehat{B\Gamma\Delta}$, οπότε $B\Delta\Gamma$ ισοσκελές ($B\Delta = \Delta\Gamma$)



$$\beta) \text{ i. } \hat{\Gamma} = \hat{E\Delta A} = \frac{\hat{A\Delta B}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

ii. Σε ορθογώνιο τρίγωνο πλευρά που είναι απέναντι από γωνία 30° είναι μισή της υποτείνουσας, άρα $AB = \frac{B\Gamma}{2} \Leftrightarrow B\Gamma = 2AB$.

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης - Μαθηματικός