

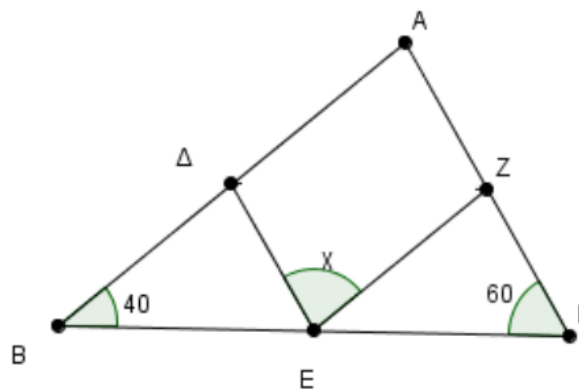
Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 2

GI_A_GEO_2_5039

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{B} = 40^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Επιπλέον, τα σημεία Δ, Ε και Ζ είναι τα μέσα των πλευρών του ΑΒ, ΒΓ και ΓΑ αντίστοιχα.

- α) Να υπολογίσετε τη γωνία \hat{A} του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 8)
- β) Να αποδείξετε ότι $\widehat{B\Delta E} = \widehat{E\Gamma Z} = 80^\circ$. (Μονάδες 9)
- γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{\Delta E Z}$. (Μονάδες 8)



Λύση:

$$\begin{aligned} \alpha) \quad \hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} &= 180^\circ \Leftrightarrow \\ \hat{A} + 40^\circ + 60^\circ &= 180^\circ \Leftrightarrow \\ \hat{A} &= 180^\circ - 100^\circ \Leftrightarrow \\ \hat{A} &= 80^\circ \end{aligned}$$

β) (α' τρόπος)

Δ, Ε μέσα των πλευρών ΑΒ, ΒΓ αντίστοιχα, άρα $\Delta E // A\Gamma \Rightarrow \hat{B}\Delta E = \hat{A} = 80^\circ$ (1) ως εντός εκτός και επί τα αυτά.

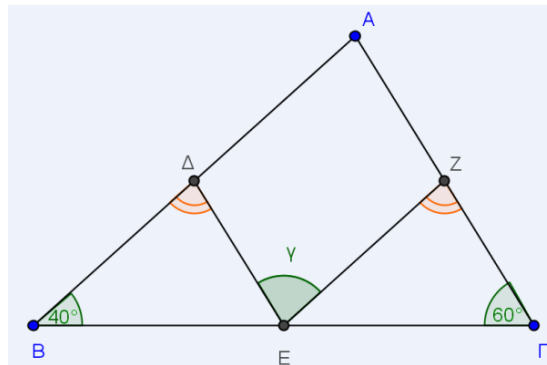
Ομοίως $\hat{E}\hat{Z}\hat{\Gamma} = \hat{A} = 80^\circ$ (2). Άρα από (1), (2) $\hat{B}\Delta E = \hat{E}\hat{Z}\hat{\Gamma}$.

(β' τρόπος)

$\Delta E = \frac{A\Gamma}{2}$ και $EZ = \frac{AB}{2}$ (ως ευθύγραμμα τμήματα που ενώνουν τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου).

$$\left. \begin{array}{l} BE = E\Gamma \\ EZ = B\Delta = \frac{A\Gamma}{2} \\ \Delta E = Z\Gamma = \frac{AB}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B}\Delta E = \hat{E}\hat{Z}\hat{\Gamma}$$

Συγκρίνω τα $\hat{B}\Delta E$, $\hat{E}\hat{Z}\hat{\Gamma}$, έχουν:



Οπότε: $\hat{B}\hat{E}\hat{\Delta} = \hat{E}\hat{\Gamma}\hat{Z} = 60^\circ$

Επίσης $\hat{Z}\hat{E}\hat{\Gamma} = \hat{B}\hat{\Delta}\hat{E} = 90^\circ$

Άρα: $\hat{B}\hat{\Delta}\hat{E} = \hat{E}\hat{Z}\hat{\Gamma} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

γ) $A\Delta // EZ$, $AZ // \Delta E$. Άρα ΑΔΕΖ παραλληλόγραμμο και οπότε $\hat{\Delta E Z} = 80^\circ$.

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης - Μαθηματικός