

## Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

### Θέμα 2

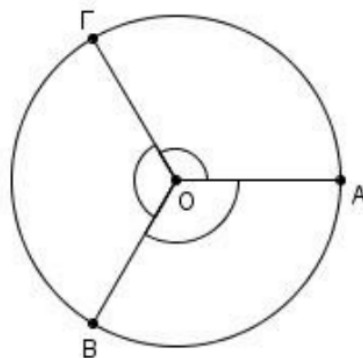
GI\_A\_GEO\_2\_5037

Σε κύκλο κέντρου  $O$  θεωρούμε τρεις διαδοχικές ίσες γωνίες  $\angle AOB$ ,  $\angle BO\Gamma$  και  $\angle GOA$ .

α) Να αποδείξετε ότι η προέκταση της ακτίνας  $AO$  διχοτομεί τη γωνία  $\angle BO\Gamma$ . (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου  $AB\Gamma$  ως προς τις πλευρές του. (Μονάδες 8)

γ) Αν με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $OK$  όπου  $K$  το μέσο της ακτίνας  $OA$ , γράψουμε έναν άλλο κύκλο που θα τέμνει τις ακτίνες  $OB$  και  $O\Gamma$  στα σημεία  $\Lambda$  και  $M$  αντίστοιχα, τότε τα τόξα  $KM$  και  $AB$  είναι ίσα; Δικαιολογήστε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)



### Λύση:

α) Η προέκταση της  $OA$  τέμνει τον κύκλο στο  $\Delta$ . (δες σχήμα στο τέλος)

$$\hat{A}O\Gamma + \hat{G}O\Delta = 180^\circ \Leftrightarrow$$

$$\hat{G}O\Delta + 120^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow$$

$$\hat{G}O\Delta = 60^\circ \quad (1)$$

$$\hat{A}O\Gamma + \hat{B}O\Delta = 180^\circ \Leftrightarrow$$

$$\hat{B}O\Delta + 120^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow$$

$$\hat{B}O\Delta = 60^\circ \quad (2)$$

και

Άρα από (1) και (2)  $\Rightarrow O\Delta$  διχοτόμος της  $\hat{G}O\Gamma$ .

β)

Συγκρίνω τα  $\triangle A\hat{O}\Gamma$ ,  $\triangle A\hat{O}B$ , έχουν:

$OA$  (κοινή)

$\hat{A}OB = \hat{A}O\Gamma \Rightarrow \triangle A\hat{O}\Gamma = \triangle A\hat{O}B$ , άρα  $AB = A\Gamma$

$OB = O\Gamma = \rho$

$\Rightarrow AB = A\Gamma = B\Gamma$ .

Συγκρίνω τα  $\triangle A\hat{O}\Gamma$ ,  $\triangle B\hat{O}\Gamma$ , έχουν:

$OA = OB$

$\hat{A}O\Gamma = \hat{B}O\Gamma \Rightarrow \triangle A\hat{O}\Gamma = \triangle B\hat{O}\Gamma$ , άρα  $A\Gamma = B\Gamma$

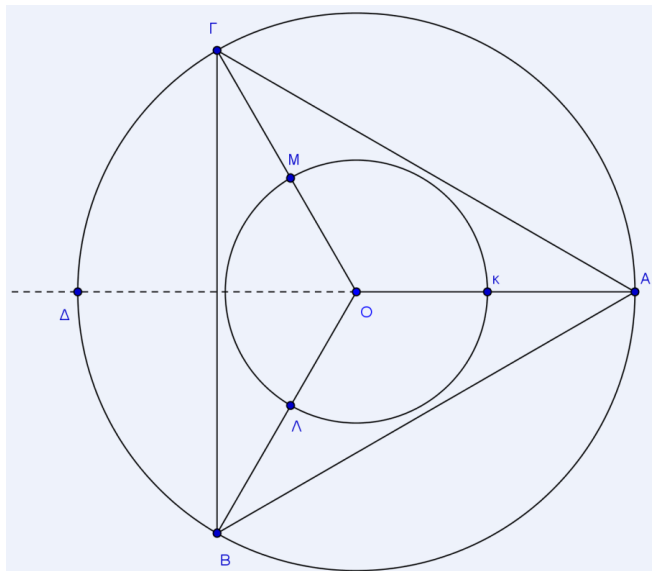
$O\Gamma$  (κοινή)

Άρα το  $\triangle AB\Gamma$  είναι ισόπλευρο.

γ)  $\hat{MOK} = \hat{LOK}$ , άρα  $\angle MOK = \angle LOK$ .

Όμως  $\angle AOB = \angle LOK$

Τελικά  $\angle AOB = \angle MOK$  και επομένως τα τόξα  $KM$  και  $AB$  είναι ίσα.  
(εννοούμε το άνοιγμα των τόξων και όχι το μήκος)



**Επιμέλεια:** Βασίλης Γκιμίσης - Μαθηματικός