

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 2

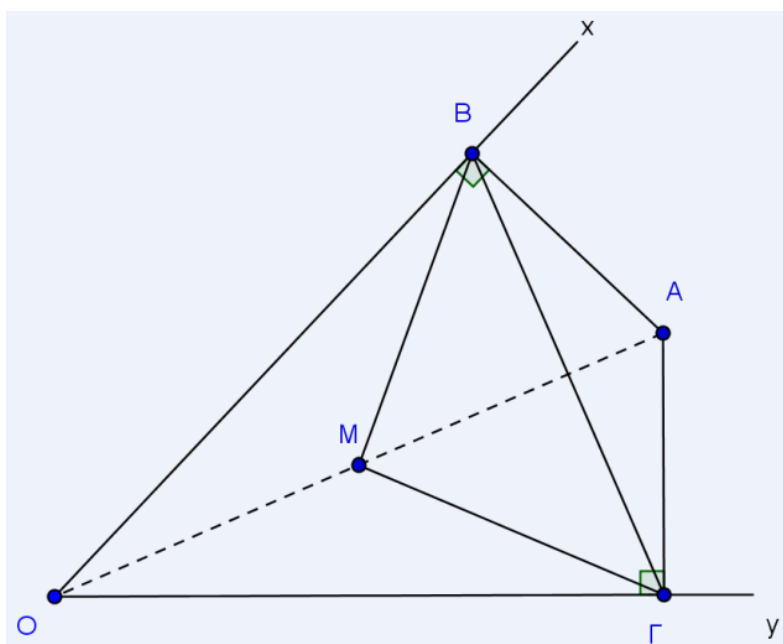
GI_A_GEO_2_5033

Δίνεται γωνία $\hat{xOy}$ και σημείο A στο εσωτερικό της. Από το A φέρνουμε τις κάθετες AB, AG προς τις πλευρές Ox, Oy της γωνίας αντίστοιχα, και ονομάζουμε M το μέσο του OA.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο BMΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)

β) $\hat{BMΓ} = 2 \cdot \hat{xOy}$ (Μονάδες 15)



Λύση:

Από τα δεδομένα έχουμε:

- $OM=MA$ (M μέσο της OA)
- $\hat{OBA} = \hat{OGA} = 90^\circ$

α) Γνωρίζουμε πως σε ορθογώνιο τρίγωνο, η διάμεσος της υποτείνουσας είναι μισή από αυτή.

$$\text{Άρα στο } \triangle OBA \rightarrow BM = \frac{OA}{2} \text{ και στο } \triangle OGA \rightarrow MG = \frac{OA}{2} \Bigg\} \Rightarrow BM = MG.$$

Άρα το $\triangle BMG$ ισοσκελές.

β) Θεωρήσουμε κύκλο κέντρου M με ακτίνα MA. Τότε η $\hat{BMG}$ είναι η επίκεντρη γωνία του τόξου $\widehat{BG}$ και $\hat{BOG}$ η εγγεγραμμένη της.

Άρα:

$$\hat{BMG} = 2\hat{BOG} \quad \hat{BOG} = \hat{xOy} \quad \hat{BMG} = 2 \cdot \hat{xOy}$$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης - Μαθηματικός