Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α’ Λυκείου

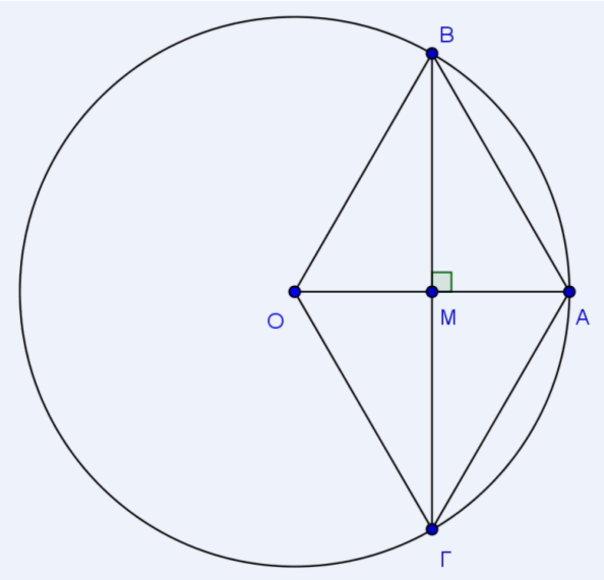
Θέμα 2 **GI_A_GEO_2_5024**

Σε κύκλο κέντρου Ο, έστω ΟΑ μία ακτίνα του. Φέρουμε τη μεσοκάθετη της ΟΑ που τέμνει τον κύκλο στα σημεία Β και Γ. Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΟΒΑ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 13)

β) Το τετράπλευρο ΟΒΑΓ είναι ρόμβος. (Μονάδες 12)

Λύση:



α) ($1^{ος}$ τρόπος)

$OB = OA = \rho$ (όπου ρ η ακτίνα του κύκλου)

$OM = MA = \dfrac{\rho}{2}$

Συγκρίνω τα $O\overset{\triangle}{B}M$, $A\overset{\triangle}{B}M$, έχουν:

$$\left.\begin{array}{l} OM = MA \\ O\hat{M}B = B\hat{M}A = 90^o \\ MB \text{ (κοινή)} \end{array}\right\} \Rightarrow O\overset{\triangle}{B}M = A\overset{\triangle}{B}M \text{, οπότε } OB = BA = \rho.$$

Άρα αφού ισχύει ότι $OB = OA = BA = \rho$, τότε $O\overset{\triangle}{B}A$ ισόπλευρο.

($2^{ος}$ τρόπος)

$B\Gamma$ μεσοκάθετη της OA, άρα $OB = BA \Rightarrow OB = OA = BA = \rho$

β) Συγκρίνω τα $O\overset{\triangle}{M}\Gamma$, $A\overset{\triangle}{M}\Gamma$, έχουν:

$$\left.\begin{array}{l} OM = MA \\ O\hat{M}\Gamma = \Gamma\hat{M}A = 90^o \\ M\Gamma \text{ (κοινή)} \end{array}\right\} \Rightarrow O\overset{\triangle}{M}\Gamma = A\overset{\triangle}{M}\Gamma \text{, άρα } \Gamma A = O\Gamma = \rho.$$

Οπότε $OB = A\Gamma = BA = \rho$. Άρα το $OBA\Gamma$ είναι ρόμβος.

<u>**Επιμέλεια:**</u> **Βασίλης Γκιμίσης - Μαθηματικός**