

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 2

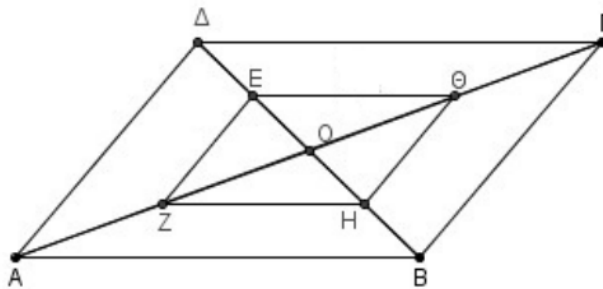
GI_A_GEO_2_5021

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Ο είναι το κέντρο του. Έστω Ε, Ζ, Η, Θ τα μέσα των ΟΔ, ΟΑ, ΟΒ και ΟΓ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι :

α) Το τετράπλευρο ΕΖΗΘ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 10)

β) Αν η περίμετρος του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ είναι 40, να βρείτε την περίμετρο του ΕΘΗΖ. (Μονάδες 15)



Λύση:

α) ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο, οπότε:

$$\left. \begin{aligned} AO = OG &\Leftrightarrow \frac{AO}{2} = \frac{OG}{2} \Rightarrow ZO = O\Theta \\ DO = OB &\Leftrightarrow \frac{DO}{2} = \frac{OB}{2} \Rightarrow EO = OH \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{ΕΖΗΘ παραλληλόγραμμο,} \\ \text{διότι οι διαγώνιές του διχοτομούνται.} \end{array} \right.$$

$$\beta) \Pi_{\text{AB}\Gamma\Delta} = \Delta\Gamma + \Gamma\text{B} + \text{B}\text{A} + \text{A}\Delta = 40$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{E}\Theta = \frac{\Delta\Gamma}{2} \\ \Theta\text{H} = \frac{\text{B}\Gamma}{2} \\ \text{Z}\text{H} = \frac{\text{A}\text{B}}{2} \\ \text{E}\text{Z} = \frac{\Delta\text{A}}{2} \end{array} \right\} \text{(ως ευθύγραμμα τμήματα που ενώνουν τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου.)}$$

$$\text{Άρα: } \Pi_{\text{E}\Theta\text{H}\text{Z}} = \text{E}\Theta + \Theta\text{H} + \text{Z}\text{H} + \text{E}\text{Z} = \frac{\Delta\Gamma + \Gamma\text{B} + \text{B}\text{A} + \text{A}\Delta}{2} = \frac{40}{2} = 20.$$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης - Μαθηματικός