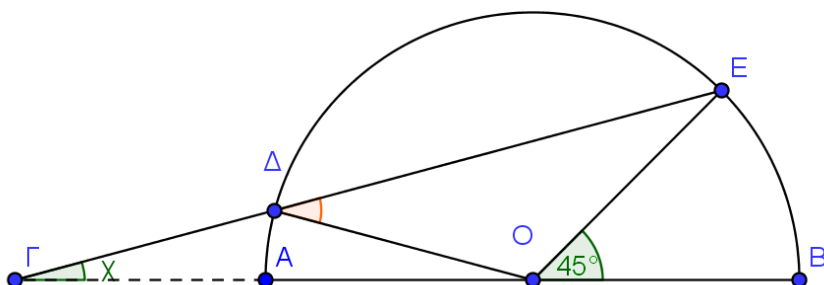


Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 2

GI_A_GEO_2_4972

Σε ημικύκλιο διαμέτρου AB προεκτείνουμε την AB προς το μέρος του A και παίρνουμε ένα σημείο Γ. Θεωρούμε E ένα σημείο του ημικυκλίου και έστω Δ το σημείο τομής του τμήματος ΓΕ με το ημικύκλιο. Αν το τμήμα ΓΔ ισούται με το OB και η γωνία $\widehat{BOE} = 45^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{DGO} = x$. (Μονάδες 25)



Λύση:

$\triangle G\Delta O$ ισοσκελές, αφού $GD = DO = OB = r$, οπότε $\widehat{AOD} = \widehat{DGO} = x$

$$\widehat{AOD} + \widehat{DOE} = 180^\circ - \widehat{BOE} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \Rightarrow x + \widehat{DOE} = 135^\circ \quad (1)$$

➤ Το $\triangle O\Delta E$ ισοσκελές, αφού $DO = OE = r$ και $\widehat{ODE} = \widehat{DEO}$

Για το $\triangle O\Delta E$, έχουμε:

$$\widehat{ODE} = \frac{180^\circ - \widehat{DOE}}{2} \Leftrightarrow \widehat{DOE} = 180^\circ - 2\widehat{ODE} \quad (2)$$

➤ Το $\hat{\Gamma}\hat{\Delta}\hat{O}$ ισοσκελές, αφού $\Delta O = \Gamma\Delta = \rho$ και $\hat{\Delta}\hat{\Gamma}\hat{O} = \hat{\Delta}\hat{O}\hat{\Gamma} = x$

Για το $\hat{\Gamma}\hat{\Delta}\hat{O}$, έχουμε:

$$2x + \hat{\Gamma}\hat{\Delta}\hat{O} = 180^\circ \Leftrightarrow$$

$$2x + 180^\circ - \hat{O}\hat{\Delta}\hat{E} = 180^\circ \Leftrightarrow$$

$$\hat{O}\hat{\Delta}\hat{E} = 2x \quad (3)$$

$$\text{Από (2), (3)} \Rightarrow \hat{\Delta}\hat{O}\hat{E} = 180^\circ - 4x \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow}$$

$$x + 180^\circ - 4x = 135^\circ \Leftrightarrow$$

$$-3x = -45^\circ \Leftrightarrow$$

$$x = 15^\circ$$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης - Μαθηματικός