

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 2

GI_A_GEO_2_3414

Θεωρούμε ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) με $\hat{\Gamma} = \hat{\Delta} = 60^\circ$, ΑΔ=12 και ΓΔ=20.

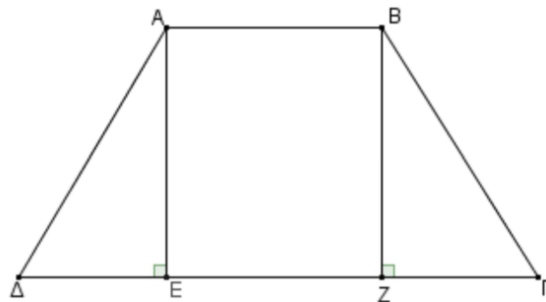
Φέρουμε τα ύψη του ΑΕ και ΒΖ.

α) Να αποδείξετε ότι ΔΕ=ΖΓ και ΑΒ=ΕΖ.

(Μονάδες 12)

β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τραpezίου.

(Μονάδες 13)



Λύση:

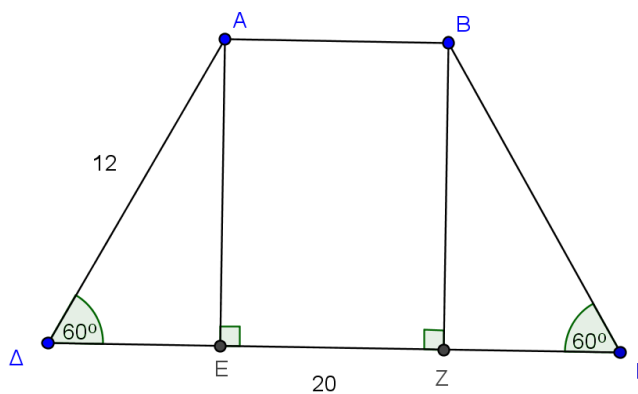
$$\begin{aligned} \hat{\Gamma} &= \hat{\Delta} = 60^\circ \\ AD &= 12 \\ CD &= 20 \end{aligned}$$

α) $AE \perp CD$

$BZ \perp CD$

Συνεπάγεται $AE \parallel BZ$ και επειδή

$AB \parallel EZ$ και $\hat{AEZ} = 90^\circ$ το τετράπλευρο ΑΒΖΕ είναι ορθογώνιο. Άρα $AB=ΕΖ$ και $ΑΕ=ΒΖ$.



Συγκρίνω $\triangle A\hat{D}E, \triangle B\hat{Z}G$

- $AE=BZ$
- $\hat{A}E\Delta, \hat{B}Z\Gamma = 90^\circ$
- $A\Delta=B\Gamma$

Συνεπάγεται $A\Delta E=B\Gamma Z$ οπότε $\Delta E=GZ$

$$\beta) \hat{\Delta A E} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ. \text{ Άρα } \Delta E = \frac{A\Delta}{2} = 6, \Gamma Z = 6.$$

$$\Delta E + \Gamma Z + EZ = \Delta\Gamma \Leftrightarrow$$

$$\text{Άρα } 6 + 6 + EZ = 20 \Leftrightarrow$$

$$EZ = 8$$

$$\text{Άρα } AB = 8$$

$$\Pi_{AB\Gamma\Delta} = AB + B\Gamma + \Gamma\Delta + A\Delta = 8 + 12 + 12 + 20 = 20$$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης - Μαθηματικός