

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 2

GI_A_GEO_2_3412

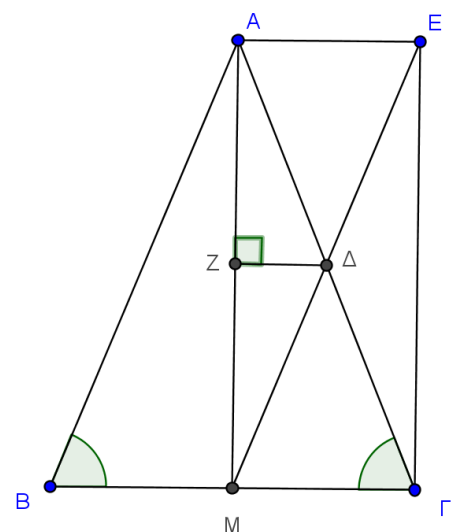
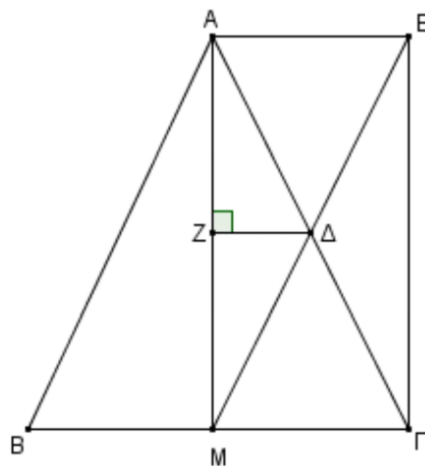
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και η διάμεσός του AM . Στην προέκταση της διαμέσου $M\Delta$ του τριγώνου $AM\Gamma$ θεωρούμε σημείο E ώστε $M\Delta=\Delta E$. Αν το σημείο Z είναι το ίχνος του Δ στην AM , να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο $AM\Gamma E$ είναι ορθογώνιο.

(Μονάδες 12)

β) $\Delta Z = \frac{B\Gamma}{4}$

(Μονάδες 13)



Λύση:

α) $AB\Gamma$ ισοσκελές. Άρα η διαγώνιος είναι και ύψος
 $(\hat{AM}\Gamma = 90^\circ)$
 $A\Delta = \Delta\Gamma$
 $M\Delta = \Delta E$
 } $AM\Gamma E$ παραλληλόγραμμο (οι διαγώνιες
 διχοτομούνται)

β) Συγκρίνω $\hat{A}\hat{Z}\hat{Z}, \hat{\Delta}\hat{Z}\hat{M}$

- $\hat{AZ}\hat{\Delta} = \hat{\Delta Z}\hat{M} = 90^\circ (\Delta Z \perp AM)$
- $A\Delta = \Delta M$ (ως μισά ίσων διαγωνίων)
- ΖΔ κοινή

$$\Rightarrow \hat{A}\hat{Z}\hat{Z} = \hat{\Delta}\hat{Z}\hat{M}$$

Άρα η ΖΔ είναι το ευθ. τμήμα που ενώνει τα μέσα ΑΜ, ΑΓ

$$\text{Άρα } Z\Delta = \frac{M\Gamma}{2} = \frac{\frac{B\Gamma}{2}}{2} = \frac{B\Gamma}{4}$$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκμίσης - Μαθηματικός