Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

<u>Θέμα 2</u> **GI_A_GEO_2_2860**

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και Ι το σημείο τομής των διχοτόμων των γωνιών $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$.

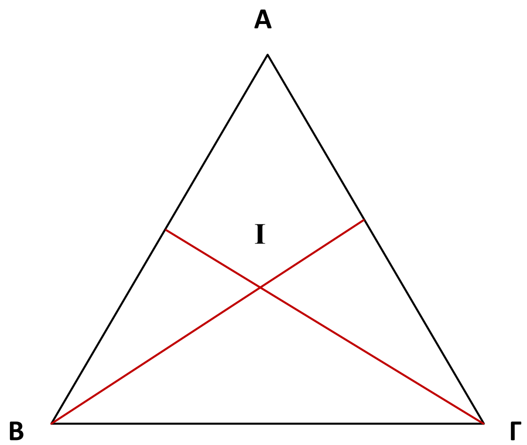
Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΒΙΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)

β) Οι γωνίες $A\hat{I}\Gamma$ και $A\hat{I}B$ είναι ίσες. (Μονάδες 10)

γ) Η ευθεία ΑΙ είναι μεσοκάθετος του τμήματος ΒΓ. (Μονάδες 7)

<u>Λύση</u>:



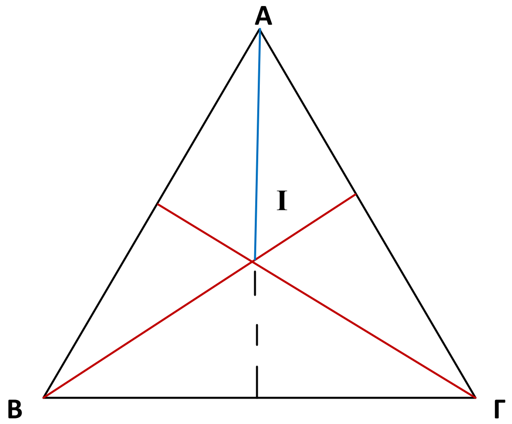
α) $\overset{\Delta}{AB\Gamma}$ ισοσκελές , άρα $\hat{B}=\hat{\Gamma} \Leftrightarrow \dfrac{\hat{B}}{2}=\dfrac{\hat{\Gamma}}{2}$ (1)

Το $\overset{\Delta}{IB\Gamma}$ είναι ισοσκελές, διότι:

$$\left.\begin{array}{l} I\hat{B}\Gamma=\dfrac{\hat{B}}{2} \\ I\hat{\Gamma}B=\dfrac{\hat{\Gamma}}{2} \end{array}\right\} \overset{(1)}{\Rightarrow} I\hat{B}\Gamma=I\hat{\Gamma}B.$$

Άρα, $\overset{\Delta}{BI\Gamma}$ ισοσκελές και $IB=I\Gamma$.

β)



Συγκρίνουμε τα $\overset{\Delta}{\mathrm{BAI}}$, $\overset{\Delta}{\mathrm{AI\Gamma}}$

- ΑΙ κοινή
- ΙΒ=ΙΓ
- ΑΒ=ΑΓ

Άρα λόγω της ισότητας $\overset{\Delta}{\mathrm{BAI}} = \overset{\Delta}{\mathrm{AI\Gamma}}$, έχουμε το ζητούμενο: $\mathrm{A}\hat{\mathrm{I}}\Gamma = \mathrm{A}\hat{\mathrm{I}}\mathrm{B}$.

γ) $\mathrm{B}\hat{\mathrm{A}}\mathrm{I} = \Gamma\hat{\mathrm{A}}\mathrm{I}$ λόγω της σύγκρισης τριγώνων στο **β)** ερώτημα.

Άρα η ΑΙ είναι διχοτόμος της $\hat{\mathrm{A}}$ και επειδή $\overset{\Delta}{\mathrm{BA\Gamma}}$ ισοσκελές είναι και διάμεσος και ύψος, άρα και μεσοκάθετος.

<u>Επιμέλεια:</u> Ευαγγελία Τσιώκου - Μαθηματικός