

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 2

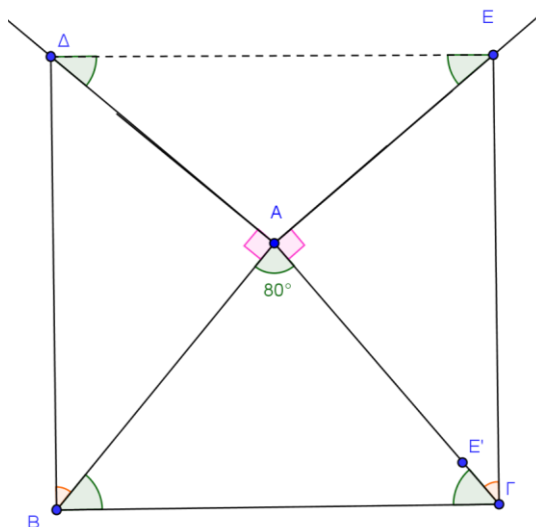
GI_A_GEO_2_2857

Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$. Φέρουμε, εκτός του τριγώνου, τις ημιευθείες Ax και Ay τέτοιες ώστε $Ax \perp AB$ και $Ay \perp AG$. Οι κάθετες στην πλευρά $B\Gamma$ στα σημεία B και Γ τέμνουν τις Ax και Ay στα σημεία Δ και E αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι $B\Delta = GE$. (Μονάδες 12)

β) Αν η γωνία $BA\Gamma$ είναι ίση με 80° , να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΔAE .

(Μονάδες 13)



Λύση:

α) $AB\Gamma$ ισοσκελές, άρα $\hat{A}B\Gamma = \hat{B}\Gamma A$

$$B\Delta \perp B\Gamma, \text{ άρα } \left\{ \begin{array}{l} \hat{\Delta}B\Gamma = 90^\circ \\ \hat{\Delta}B\Gamma = \hat{\Delta}BA + \hat{A}B\Gamma \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{\Delta}BA = 90^\circ - \hat{A}B\Gamma \quad (1)$$

$$\Gamma\text{E} \perp \text{B}\Gamma, \text{ \acute{\alpha}\rho\alpha} \left\{ \begin{array}{l} \hat{\text{B}}\hat{\Gamma}\hat{\text{E}} = 90^\circ \\ \hat{\text{B}}\hat{\Gamma}\hat{\text{E}} = \hat{\text{B}}\hat{\Gamma}\hat{\text{A}} + \hat{\text{A}}\hat{\Gamma}\hat{\text{E}} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{\text{A}}\hat{\Gamma}\hat{\text{E}} = 90^\circ - \hat{\text{B}}\hat{\Gamma}\hat{\text{A}} = 90^\circ - \hat{\text{A}}\hat{\text{B}}\hat{\Gamma} \quad (2)$$

Από (1), (2) έχουμε: $\hat{\Delta}\hat{\text{B}}\hat{\text{A}} = \hat{\text{A}}\hat{\Gamma}\hat{\text{E}}$

Συγκρίνουμε τα $\hat{\Delta}\hat{\text{A}}\hat{\text{B}}$, $\hat{\text{A}}\hat{\Gamma}\hat{\text{E}}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{AB} = \text{A}\Gamma \\ \hat{\Delta}\hat{\text{B}}\hat{\text{A}} = \hat{\text{A}}\hat{\Gamma}\hat{\text{E}} \\ \hat{\Delta}\hat{\text{A}}\hat{\text{B}} = \hat{\Gamma}\hat{\text{A}}\hat{\text{E}} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{\Delta}\hat{\text{A}}\hat{\text{B}} = \hat{\text{A}}\hat{\Gamma}\hat{\text{E}}, \text{ \acute{\alpha}\rho\alpha} \text{ και } \text{B}\Delta = \Gamma\text{E}$$

β) $\Delta\text{A} = \text{A}\text{E}$

$$\hat{\Delta}\hat{\text{A}}\hat{\text{E}} + \hat{\Delta}\hat{\text{A}}\hat{\text{B}} + \hat{\text{E}}\hat{\text{A}}\hat{\Gamma} + \hat{\text{B}}\hat{\text{A}}\hat{\Gamma} = 360^\circ \Leftrightarrow$$

$$\hat{\Delta}\hat{\text{A}}\hat{\text{E}} + 90^\circ + 90^\circ + 80^\circ = 360^\circ \Leftrightarrow$$

$$\hat{\Delta}\hat{\text{A}}\hat{\text{E}} + 260^\circ = 360^\circ \Leftrightarrow$$

$$\hat{\Delta}\hat{\text{A}}\hat{\text{E}} = 100^\circ$$

$$\hat{\text{A}}\hat{\Delta}\hat{\text{E}} = \hat{\text{E}}\hat{\text{A}}\hat{\Delta}$$

$$\hat{\text{A}}\hat{\Delta}\hat{\text{E}} + \hat{\text{E}}\hat{\text{A}}\hat{\Delta} + \hat{\Delta}\hat{\text{A}}\hat{\text{E}} = 180^\circ \Leftrightarrow$$

$$2 \cdot \hat{\text{A}}\hat{\Delta}\hat{\text{E}} + 100^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow$$

$$\hat{\text{A}}\hat{\Delta}\hat{\text{E}} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$$

$$\text{\acute{\A}}\rho\alpha \hat{\text{A}}\hat{\text{E}}\hat{\Delta} = 40^\circ$$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης - Μαθηματικός