

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 2

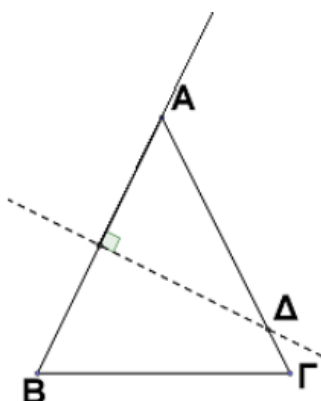
GI_A_GEO_2_2855

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ στο οποίο η εξωτερική γωνία Α είναι διπλάσια της εσωτερικής γωνίας Β.

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με $AB=AG$. (Μονάδες 10)

β) Η μεσοκάθετη της πλευράς ΑΒ τέμνει την πλευρά ΑΓ στο εσωτερικό της σημείο Δ. Αν η γωνία ΑΔΒ είναι ίση με 80° , τότε να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.

(Μονάδες 15)



Λύση:

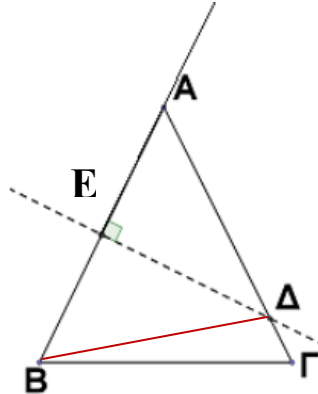
α) Από τα δεδομένα, έχουμε: $\hat{A}_{εξ} = 2\hat{B}$

Παρατηρούμε πως οι $\hat{A}_{εξ}$, \hat{A} σχηματίζουν ευθεία γωνία, άρα έχουμε:

$$\hat{A}_{εξ} + \hat{A} = 180^\circ \Leftrightarrow 2\hat{B} + 180^\circ - \hat{B} - \hat{\Gamma} = 180^\circ \Leftrightarrow \hat{B} = \hat{\Gamma}$$

Επομένως δείξαμε πως στο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει $\hat{B} = \hat{\Gamma}$, άρα είναι ισοσκελές, με $AB = AG$.

β)



Για το τρίγωνο $\Delta B \Gamma$, έχουμε: $\hat{A} + \hat{\Delta B \Gamma} + \hat{\Delta \Gamma A} = 180^\circ$ (1)

Όμως στο τρίγωνο $\Delta B \Gamma$, ισχύει: $\hat{A} = \hat{\Delta \Gamma A}$ (μπορείτε να συγκρίνετε τα τρίγωνα $\Delta B \Gamma$ & $\Delta \Gamma A$) και από τα δεδομένα, έχουμε: $\hat{\Delta B \Gamma} = 80^\circ$.

Σύμφωνα με τα παραπάνω η σχέση (1) θα γίνει:

$$2\hat{A} + \hat{\Delta B \Gamma} = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{A} + 80^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow 2\hat{A} = 100^\circ \Leftrightarrow \hat{A} = 50^\circ$$

Από το α) έχουμε ότι το $\Delta B \Gamma$ είναι ισοσκελές με $\hat{B} = \hat{\Gamma}$.

Τότε $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ \Rightarrow 50^\circ + 2\hat{B} = 180^\circ \Leftrightarrow 2\hat{B} = 130^\circ \Leftrightarrow \hat{B} = 65^\circ$, άρα και $\hat{\Gamma} = 65^\circ$,

αφού $\hat{B} = \hat{\Gamma}$.

Επιμέλεια: Ευαγγελία Τσιώκου - Μαθηματικός