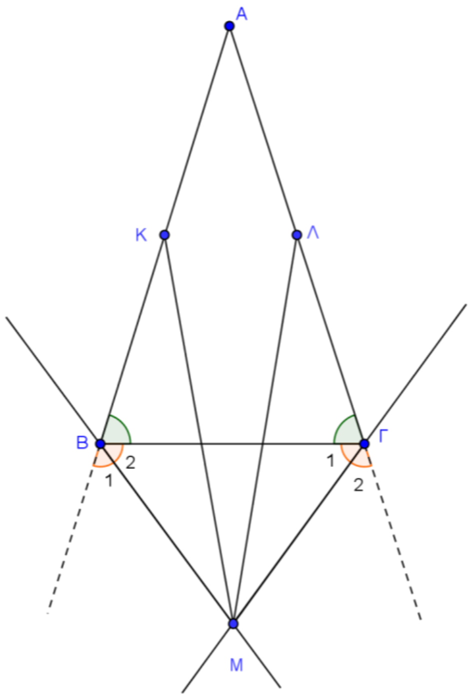
Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 2 **GI_A_GEO_2_2854**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Οι διχοτόμοι των εξωτερικών γωνιών Β και Γ τέμνονται στο σημείο Μ και Κ, Λ είναι αντίστοιχα τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ.

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΒΜΓ είναι ισοσκελές με ΜΒ=ΜΓ. (Μονάδες 12)

β) Να δείξετε ότι ΜΚ=ΜΛ. (Μονάδες 13)



Σολωμού 29 Αθήνα ☎ 210.38.22.157 ☎ 210.38.22.495
On-line Φροντιστήριο www.arnos.gr info@arnos.gr

Λύση:

α)

- $AB\Gamma$ ισοσκελές, άρα $A\hat{B}\Gamma = A\hat{\Gamma}B$
- Η $\hat{B}_{\varepsilon\xi}$ διχοτομείται, με $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \frac{\hat{B}_{\varepsilon\xi}}{2}$
- Η $\hat{\Gamma}_{\varepsilon\xi}$ διχοτομείται, με $\hat{\Gamma}_1 = \hat{\Gamma}_2 = \frac{\hat{\Gamma}_{\varepsilon\xi}}{2}$

$$\left.\begin{aligned} A\hat{B}\Gamma + \hat{B}_{\varepsilon\xi} &= 180^o \\ A\hat{\Gamma}B + \hat{\Gamma}_{\varepsilon\xi} &= 180^o \end{aligned}\right\} \Rightarrow A\hat{B}\Gamma + \hat{B}_{\varepsilon\xi} = A\hat{\Gamma}B + \hat{\Gamma}_{\varepsilon\xi} \Leftrightarrow \hat{B}_{\varepsilon\xi} = \hat{\Gamma}_{\varepsilon\xi} \Leftrightarrow \frac{\hat{B}_{\varepsilon\xi}}{2} = \frac{\hat{\Gamma}_{\varepsilon\xi}}{2} \Leftrightarrow \hat{B}_1 = \hat{\Gamma}_1$$

Άρα $\overset{\Delta}{B\Gamma M}$ ισοσκελές με $BM = M\Gamma$.

β)

$$\left.\begin{aligned} K\hat{B}M &= A\hat{B}\Gamma + \hat{B}_1 \\ \Lambda\hat{\Gamma}M &= A\hat{\Gamma}B + \hat{\Gamma}_1 = A\hat{B}\Gamma + \hat{B}_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow K\hat{B}M = \Lambda\hat{\Gamma}M$$

Συγκρίνω τα $\overset{\Delta}{KBM}$, $\overset{\Delta}{\Lambda\Gamma M}$

$$\left.\begin{aligned} &KB = \Lambda\Gamma = \frac{AB}{2} \quad (AB = BA) \\ &K\hat{B}M = \Lambda\hat{\Gamma}M \\ &BM = M\Gamma \end{aligned}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{KBM} = \overset{\Delta}{\Lambda\Gamma M}, \quad \text{άρα } MK = M\Lambda .$$

Επιμέλεια: **Βασίλης Γκιμίσης - Μαθηματικός**