

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

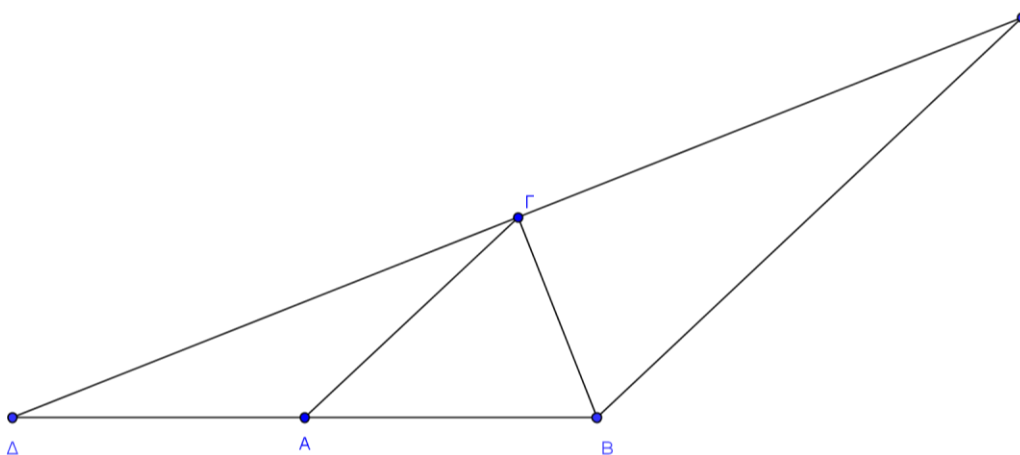
Θέμα 2

GI_A_GEO_2_2852

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Στην προέκταση της BA (προς το μέρος της κορυφής A) παίρνουμε σημείο Δ ώστε $AB = A\Delta$ και στην προέκταση της $\Delta\Gamma$ (προς το μέρος της κορυφής Γ) παίρνουμε σημείο E ώστε $\Delta\Gamma = \Gamma E$.

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $\Delta\Gamma B$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 12)

β) Να δείξετε ότι $BE \parallel A\Gamma$ και $A\Gamma = \frac{BE}{2}$. (Μονάδες 13)



Λύση:

α) Η ΓA είναι διάμεσος της ΔB , όμως $\Gamma A = \Delta A = \frac{\Delta B}{2}$, άρα $\Delta\Gamma B$ ορθογώνιο.

β) $\Delta A\Gamma$ είναι ισοσκελές, διότι $A\Delta = A\Gamma$

$$\text{Άρα } \hat{A}\Delta\Gamma = \hat{A}\Gamma\Delta \quad (1)$$

Συγκρίνω τα $\hat{\Delta}ΒΓ$, $\hat{\Delta}ΒΓΕ$:

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \hat{\Delta}ΒΓ = \hat{\Delta}ΒΓΕ = 90^\circ \\ \bullet ΓΒ \text{ κοινή} \\ \bullet \Delta\Gamma = \Gamma\epsilon \end{array} \right\} \hat{\Delta}ΒΓ = \hat{\Delta}ΒΓΕ, \text{ άρα } \Delta B = BE .$$

Οπότε $\hat{\Delta}ΒΕ$ ισοσκελές με $\hat{\Delta}ΒΓ = \hat{\Delta}ΓΕΒ$ ή $\hat{\Delta}ΑΔΓ = \hat{\Delta}ΓΕΒ$ (2).

Τελικά από (1), (2) $\Rightarrow \hat{\Delta}ΑΓΔ = \hat{\Delta}ΓΕΒ$, άρα $ΒΕ // ΑΓ$ και $\Delta B = BE$, διότι $\hat{\Delta}ΒΕ$ ισοσκελές.

Επομένως, $ΑΓ = \frac{\Delta B}{2} = \frac{BE}{2}$.

Επιμέλεια: Ευαγγελία Τσιώκου - Μαθηματικός