

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

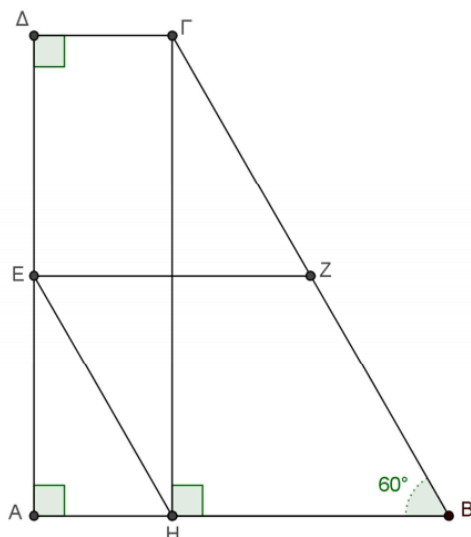
Θέμα 2

GI_A_GEO_2_2850

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $AB > \Gamma\Delta$, $B\Gamma = 4\Gamma\Delta$ και $\hat{B} = 60^\circ$. Φέρουμε την $\Gamma H \perp AB$ και θεωρούμε τα μέσα Ε και Ζ των πλευρών ΑΔ και ΒΓ αντιστοίχως.

Να δείξετε ότι:

- α) $AB = 3\Gamma\Delta$. (Μονάδες 12)
- β) Το τετράπλευρο ΕΗΒΖ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)



Λύση:

$$\alpha) \left. \begin{array}{l} \Gamma\Delta // AB \\ AD \perp AB \\ \Gamma H \perp AB \end{array} \right\} AD // \Gamma H$$

Άρα ΑΔΓΗ παραλληλόγραμμο και επειδή $\hat{\Delta A H} = 90^\circ$, τότε είναι ορθογώνιο.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΗΓ έχουμε $\hat{H\Gamma B} = 30^\circ$, άρα $HB = \frac{\Gamma B}{2} = \frac{4\Gamma\Delta}{2} = 2\Gamma\Delta$.

Όμως $A\Gamma = AH$, άρα $AB = 2\Gamma\Delta + \Gamma\Delta = 3\Gamma\Delta$.

β) Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των ΔA , ΓB είναι παράλληλο στα ευθύγραμμα τμήματα $\Gamma \Delta$, AB .

$$\left. \begin{array}{l} A\Delta \perp AB \\ \Gamma H \perp AB \end{array} \right\} A\Delta // \Gamma H$$

$$\text{Επίσης } EZ = \frac{\Delta\Gamma + AB}{2} = \frac{\Delta\Gamma + 3\Gamma\Delta}{2} = \frac{4}{2} \cdot \Gamma\Delta = 2\Gamma\Delta$$

$$\text{Άρα: } \left. \begin{array}{l} EZ = HB \\ EZ // HB \end{array} \right\} \Rightarrow EZHB \text{ παραλληλόγραμμο.}$$

Επιμέλεια: Ευαγγελία Τσιώκου - Μαθηματικός