Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α’ Λυκείου

Θέμα 2 **GI_A_GEO_2_2816**

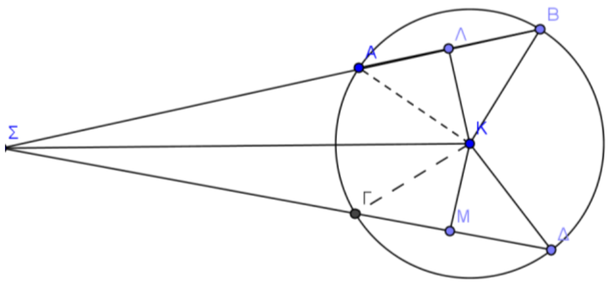
Από εξωτερικό σημείο Σ κύκλου (Κ, ρ) θεωρούμε τις τέμνουσες ΣΑΒ και ΣΓΔ του κύκλου για τις οποίες ισχύει ΣΒ=ΣΔ. Τα ΚΛ και ΚΜ είναι τα αποστήματα των χορδών ΑΒ και ΓΔ του κύκλου αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. τα τρίγωνα ΚΒΣ και ΚΔΣ είναι ίσα. (Μονάδες 10)

ii. ΚΛ=ΚΜ. (Μονάδες 10)

β) Να αιτιολογήσετε γιατί οι χορδές ΑΒ και ΓΔ είναι ίσες. (Μονάδες 5)



Λύση:

α) i. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΚΒΣ και ΚΔΣ, έχουν : ΣΒ=ΣΔ (από τα δεδομένα)
ΚΒ+ΚΔ (ως ακτίνες του κύκλου)
ΣΚ (κοινή πλευρά)

Επομένως τα τρίγωνα είναι ίσα, σύμφωνα με το κριτήριο ισότητας (ΠΠΠ).

ii. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΚΛΒ και ΜΚΔ

Παρατηρώ πως είναι ορθογώνια αφού ΚΛ και ΚΜ αποστήματα των χορδών ΑΒ και ΓΔ αντίστοιχα.

Έχουν : ΚΒ=ΚΔ (ως ακτίνες του κύκλου)

$\Lambda\hat{B}K = K\hat{\Delta}M$ (στο προηγούμενο ερώτημα δείξαμε πως τα τρίγωνα ΚΒΣ και ΚΔΣ είναι ίσα)
Επομένως τα τρίγωνα είναι ίσα, αφού έχουν την υποτείνουσα και μια οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μια προς μια.

β) Το τρίγωνο ΚΒΑ είναι ισοσκελές, αφού ΚΒ=ΚΑ ως ακτίνες του κύκλου, άρα

$K\hat{B}\Lambda = \Lambda\hat{A}K \quad (1)$.

Αντίστοιχα το τρίγωνο ΓΚΔ είναι ισοσκελές με ΚΔ=ΚΓ ως ακτίνες του κύκλου, άρα

$K\hat{\Gamma}M = K\hat{\Delta}M \quad (2)$.

Στο ερώτημα α(i) δείξαμε πως τα τρίγωνα ΚΒΣ και ΚΔΣ είναι ίσα, απ' όπου παίρναμε πως

$\Lambda\hat{K}B = K\hat{\Delta}M \quad (3)$.

Από (1), (2), (3) παίρνω ότι $\Lambda\hat{A}K = K\hat{\Gamma}M$.

Συγκρίνω τα τρίγωνα ΑΔΚ και ΓΚΜ. Έχουν : ΑΚ=ΚΓ (ως ακτίνες του κύκλου)

$\Lambda\hat{A}K = K\hat{\Gamma}M$ (το δείξαμε παραπάνω)

Επομένως τα τρίγωνα είναι ίσα, αφού έχουν την υποτείνουσα και μια οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μια προς μια.

ΑΛ=ΓΜ (ισότητα τριγώνων ΑΔΚ και ΓΚΜ)
ΛΒ=ΜΔ (ισότητα τριγώνων ΛΒΚ και ΚΜΔ)

Τελικά ΑΛ+ΛΒ=ΓΜ+ΜΔ, άρα ΑΒ=ΓΔ.

<u>**Επιμέλεια:**</u> **Ευαγγελία Τσίωκου - Μαθηματικός**