GI_A_GEO_4_4753

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ. Έστω σημείο Α εξωτερικό του κύκλου και τα εφαπτόμενα τμήματα ΑΒ και ΑΓ ώστε να ισχύει $B\hat{A}\Gamma = 60^o$. Έστω ότι η εφαπτόμενη του κύκλου στο Δ τέμνει τις ΑΒ και ΑΓ στα Ε και Ζ αντίστοιχα.

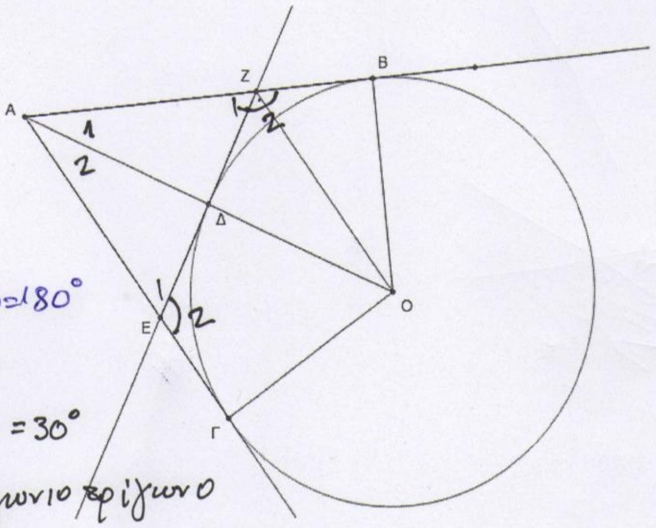
Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο ΑΒΟΓ είναι εγγράψιμο με ΟΑ=2ΟΒ. (Μονάδες 6)

β) Το τρίγωνο ΑΕΖ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 6)

γ) $2ZB = AZ$ (Μονάδες 7)

δ) Το τετράπλευρο ΕΖΒΓ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 6)



α) $\hat{B}+\hat{\Gamma}=90+90=180^\circ$

$\widehat{BA\Gamma} = 60^\circ$

άρα $B\hat{A}O = 30^\circ$

άρα στο ορθογώνιο τρίγωνο AOB, $BO=\frac{1}{2}AO$

β) $EZ \perp AO$ (εφαπτομένη)

$A_1 = 30^\circ \Rightarrow Z = 60^\circ$ (ομοίως $E_1=60^\circ$)

Άρα AEZ ισόπλευρο.

γ) $ZB=\Delta Z$ (εφαπτόμενα στον κύκλο από το Z)

και στο $AZ\Delta$ ορθ. τρίγωνο. $A_1=30^\circ \Rightarrow \Delta Z=\frac{1}{2}AZ \Rightarrow AZ=2BZ$

δ) $EZ // B\Gamma$ (EZ εφαπτ. στο μέσον του $\overset{\frown}{B\Gamma}$)