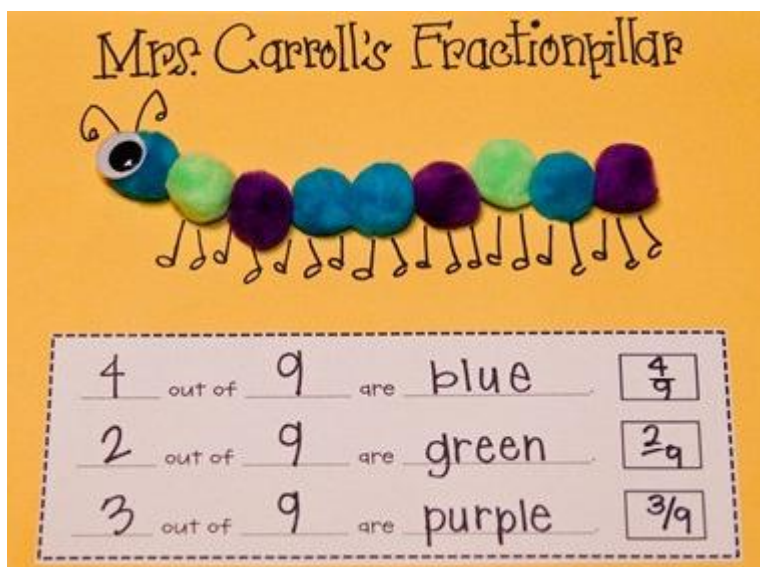


2. Τα κλάσματα



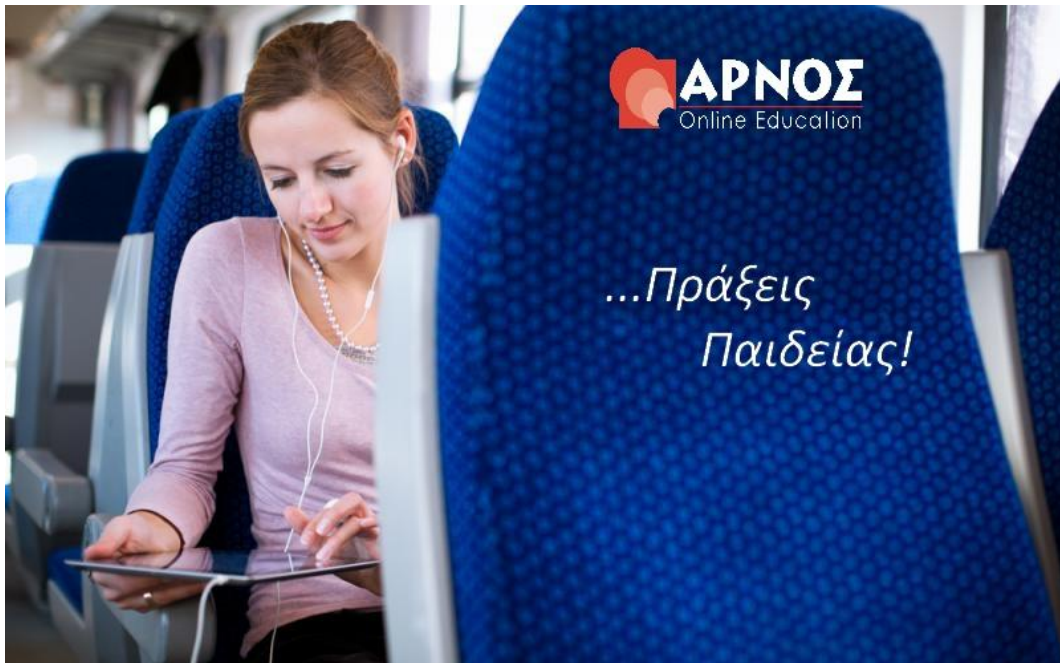
Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Α' Γυμνασίου

2.4 Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων

σχ. βιβλίο (σσ. 46-47)

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία
για όλο το σχολικό έτος **μόνο με 150 ευρώ!**



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία
για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης
& SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.



Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Α' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σσ. 46 - 47)

2.4 Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων

Άσκηση 1

Υπολόγισε τα αθροίσματα:

$$(α) \frac{5}{3} + \frac{2}{3}, \quad (β) \frac{11}{13} + \frac{2}{13}, \quad (γ) \frac{4}{9} + \frac{2}{3}, \quad (δ) \frac{8}{12} + \frac{2}{3}, \quad (ε) \frac{17}{20} + \frac{3}{15}, \quad (στ) \frac{15}{12} + \frac{5}{4}$$

και απλοποίησε το τελικό αποτέλεσμα, αν δεν είναι ανάγωγο κλάσμα.

Λύση

Θα υπολογίσουμε τα παρακάτω αθροίσματα, κάνοντας τα κλάσματα ομώνυμα, όπου είναι αναγκαίο:

$$(α) \frac{5}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5+2}{3} = \frac{7}{3}$$

$$(β) \frac{11}{13} + \frac{2}{13} = \frac{11+2}{13} = \frac{13}{13} = 1 = \frac{13}{13} = 1$$

$$(γ) \frac{4}{9} + \frac{2}{3} = \frac{4}{9} + \frac{2}{3} = \frac{4}{9} + \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{4}{9} + \frac{6}{9} = \frac{4+6}{9} = \frac{10}{9}$$

$$(δ) \frac{8}{12} + \frac{2}{3} = \frac{8}{12} + \frac{2}{3} = \frac{8}{12} + \frac{8}{12} = \frac{16}{12} = \frac{16:4}{12:4} = \frac{4}{3}$$

$$(ε) \frac{17}{20} + \frac{3}{15} = \frac{17}{20} + \frac{3}{15} = \frac{51}{60} + \frac{12}{60} = \frac{63}{60} = \frac{63:3}{60:3} = \frac{21}{20}$$

$$(\sigma\tau) \quad \frac{15}{12} + \frac{5}{4} = \frac{15:3}{12:3} + \frac{5}{4} = \frac{5}{4} + \frac{5}{4} = \frac{10}{4} = \frac{10:2}{4:2} = \frac{5}{2}$$

Άσκηση 2

Να βρεις τις διαφορές και να απλοποιήσεις το τελικό αποτέλεσμα αν αυτό δεν είναι ανάγωγο κλάσμα.

$$(\alpha) \quad \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \quad (\beta) \quad \frac{8}{9} - \frac{3}{9}, \quad (\gamma) \quad \frac{10}{8} - \frac{3}{4},$$

$$(\delta) \quad \frac{4}{9} - \frac{2}{27}, \quad (\epsilon) \quad \frac{7}{3} - \frac{5}{8}, \quad (\sigma\tau) \quad \frac{3}{7} - \frac{3}{11}$$

Λύση

Ομοίως με πριν, θα υπολογίσουμε τις παρακάτω διαφορές, κάνοντας τα κλάσματα ομώνυμα, όπου είναι αναγκαίο:

$$(\alpha) \quad \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad (\beta) \quad \frac{8}{9} - \frac{3}{9} = \frac{8-3}{9} = \frac{5}{9}$$

$$(\gamma) \quad \frac{10}{8} - \frac{3}{4} = \frac{10}{8} - \frac{\overset{2}{3}}{4} = \frac{10}{8} - \frac{6}{8} = \frac{4}{8} = \frac{4:4}{8:4} = \frac{1}{2}$$

$$(\delta) \quad \frac{7}{3} - \frac{5}{8} = \frac{\overset{8}{7}}{3} - \frac{\overset{3}{5}}{8} = \frac{56}{24} - \frac{15}{24} = \frac{41}{24}$$

$$(\epsilon) \quad \frac{4}{9} - \frac{2}{27} = \frac{\overset{3}{4}}{9} - \frac{2}{27} = \frac{12}{27} - \frac{2}{27} = \frac{10}{27}$$

$$(\sigma\tau) \quad \frac{3}{7} - \frac{3}{11} = \frac{\overset{11}{3}}{7} - \frac{\overset{7}{3}}{11} = \frac{33}{77} - \frac{21}{77} = \frac{12}{77}$$

Άσκηση 3

Να μετατρέψεις τους μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα :

(α) $3\frac{5}{8}$, (β) $4\frac{1}{10}$, (γ) $2\frac{1}{9}$

Λύση

$$(α) 3\frac{5}{8} = 3 + \frac{5}{8} = \frac{3 \cdot 8}{8} + \frac{5}{8} = \frac{24}{8} + \frac{5}{8} = \frac{24+5}{8} = \frac{29}{8}$$

$$(β) 4\frac{1}{10} = 4 + \frac{1}{10} = \frac{4 \cdot 10}{10} + \frac{1}{10} = \frac{40}{10} + \frac{1}{10} = \frac{40+1}{10} = \frac{41}{10}$$

$$(γ) 2\frac{1}{9} = 2 + \frac{1}{9} = \frac{2 \cdot 9}{9} + \frac{1}{9} = \frac{18}{9} + \frac{1}{9} = \frac{18+1}{9} = \frac{19}{9}$$

Άσκηση 4

Κάνε τα ακόλουθα κλάσματα μεικτούς αριθμούς: (α) $\frac{15}{4}$, (β) $\frac{5}{2}$, (γ) $\frac{38}{12}$

Λύση

(α) Εκτελούμε την Ευκλείδεια διαίρεση $15 = 4 \cdot 3 + 3$ και έχουμε:

$$\frac{15}{4} = \frac{4 \cdot 3 + 3}{4} = \frac{4 \cdot 3}{4} + \frac{3}{4} = 3 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$$

(β) Ομοίως, εκτελούμε την Ευκλείδεια διαίρεση $5 = 2 \cdot 2 + 1$ και έχουμε:

$$\frac{5}{2} = \frac{2 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{2 \cdot 2}{2} + \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$$

(γ) Εκτελούμε την Ευκλείδεια διαίρεση $38 = 3 \cdot 12 + 2$ και έχουμε:

$$\frac{38}{12} = \frac{3 \cdot 12 + 2}{12} = \frac{3 \cdot 12}{12} + \frac{2}{12} = 3 + \frac{2}{12} = 3\frac{2}{12} = 3\frac{1}{6}$$

Άσκηση 5

Υπολόγισε τα αθροίσματα: (α) $\frac{3}{8} + 2$, (β) $\frac{12}{15} + 1$, (γ) $\frac{16}{20} + \frac{3}{10} + 5$

Λύση

$$(α) \frac{3}{8} + 2 = \frac{3}{8} + \frac{2 \cdot 8}{8} = \frac{3}{8} + \frac{16}{8} = \frac{3+16}{8} = \frac{19}{8}$$

$$(β) \frac{12}{15} + 1 = \frac{12}{15} + \frac{15}{15} = \frac{12+15}{15} = \frac{27}{15} = \frac{27:3}{15:3} = \frac{9}{5}$$

$$(γ) \frac{16}{20} + \frac{3}{10} + 5 = \frac{16}{20} + \frac{3 \cdot 2}{10 \cdot 2} + \frac{5 \cdot 20}{20} = \frac{16}{20} + \frac{6}{20} + \frac{100}{20} = \frac{122}{20} = \frac{122:2}{20:2} = \frac{61}{10}$$

Άσκηση 6

Να βρεις τις διαφορές:

$$(α) 3 - 2\frac{1}{5}, (β) 4\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}, (γ) 1\frac{2}{3} - \frac{4}{5}$$

Λύση

$$(α) 3 - 2\frac{1}{5} = 3 - \left(2 + \frac{1}{5}\right) = 3 - \left(\frac{2 \cdot 5}{5} + \frac{1}{5}\right) = 3 - \left(\frac{10}{5} + \frac{1}{5}\right) =$$

$$= 3 - \frac{11}{5} = \frac{3 \cdot 5}{5} - \frac{11}{5} = \frac{15}{5} - \frac{11}{5} = \frac{4}{5}$$

$$(β) 4\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} = \left(4 + \frac{1}{3}\right) - \left(2 + \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{4 \cdot 3}{3} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{2 \cdot 2}{2} + \frac{1}{2}\right) =$$

$$= \left(\frac{12}{3} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{4}{2} + \frac{1}{2}\right) = \frac{13}{3} - \frac{5}{2} = \frac{13 \cdot 2}{3 \cdot 2} - \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{26}{6} - \frac{15}{6} = \frac{11}{6}$$

$$\begin{aligned} \text{(γ)} \quad 1\frac{2}{3} - \frac{4}{5} &= \left(1 + \frac{2}{3}\right) - \frac{4}{5} = \left(\frac{1 \cdot 3}{3} + \frac{2}{3}\right) - \frac{4}{5} = \left(\frac{3}{3} + \frac{2}{3}\right) - \frac{4}{5} = \frac{5}{3} - \frac{4}{5} = \frac{5 \cdot 5}{3 \cdot 5} - \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \\ &= \frac{25}{15} - \frac{12}{15} = \frac{13}{15} \end{aligned}$$

Άσκηση 7

Τρία αδέλφια μοίρασαν 20.000 €. Ο πρώτος πήρε τα $\frac{2}{5}$ του ποσού, ο δεύτερος $\frac{1}{8}$

λιγότερα από τον πρώτο και ο τρίτος τα υπόλοιπα. Ποιο μέρος του ποσού πήρε ο καθένας και πόσα χρήματα είναι το μέρος του ποσού για κάθε αδελφό;

Λύση

➤ Όλο το ποσό των 20.000 €, είναι τα $\frac{5}{5}$. Οπότε, το $\frac{1}{5}$ του ποσού ισούται με:

$$20.000 : 5 = 4.000 \text{ €}.$$

Άρα, τα $\frac{2}{5}$ του ποσού, ισούνται με: $4000 \cdot 2 = \mathbf{8000 \text{ €}}$, είναι τα χρήματα που

πήρε ο πρώτος αδελφός.

➤ Όλο το ποσό των 8.000 €, είναι τα $\frac{8}{8}$. Οπότε, το $\frac{1}{8}$ του ποσού αυτού

$$\text{ισούται με: } 8.000 : 8 = 1.000 \text{ €}.$$

Επομένως, ο 2ος αδελφός πήρε: $8.000 - 1.000 = \mathbf{7.000 \text{ €}}$

Το ποσό των 7.000 €, αντιστοιχεί στα $\frac{7000}{20000} = \frac{7}{20}$ όλου του ποσού.

➤ Ο 3ος αδελφός πήρε τα υπόλοιπα χρήματα, δηλαδή:

$$20.000 - (8.000 + 7.000) = 20.000 - 15.000 = \mathbf{5.000 \text{ €}}$$

Το ποσό των 5.000 €, αντιστοιχεί στα $\frac{5000}{20000} = \frac{5}{20} = \frac{5:5}{20:5} = \frac{1}{4}$ όλου του ποσού.

Άσκηση 8

Ποιο κλάσμα πρέπει να προσθέσουμε στο $\frac{3}{8}$ για να βρούμε άθροισμα $\frac{5}{9}$;

Λύση

Το κλάσμα που ζητούμε, ισούται με: $\frac{5}{9} - \frac{3}{8}$.

Υπολογίζουμε λοιπόν τη διαφορά αυτή. Για να αφαιρέσουμε ωστόσο τα συγκεκριμένα κλάσματα πρέπει πρώτα να μετατραπούν σε ομώνυμα.

Το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των παρονομαστών 8, 9, είναι ίσο με:

$$\text{ΕΚΠ } (8, 9) = 72.$$

$$\text{Οπότε: } \frac{5}{9} - \frac{3}{8} = \frac{5 \cdot 8}{9 \cdot 8} - \frac{3 \cdot 9}{8 \cdot 9} = \frac{40}{72} - \frac{27}{72} = \frac{40 - 27}{72} = \frac{13}{72}$$

Άσκηση 9

Ένας αγρότης πούλησε σε τέσσερις εμπόρους τα $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{15}$, $\frac{1}{3}$ και $\frac{1}{10}$ της

παραγωγής του. Ποιο μέρος της παραγωγής έμεινε απούλητο;

Λύση

Θα υπολογίσουμε την ποσότητα της παραγωγής που πούλησε ο αγρότης, αθροίζοντας τα παραπάνω κλάσματα. Για να προσθέσουμε ωστόσο τα συγκεκριμένα κλάσματα πρέπει πρώτα να μετατραπούν σε ομώνυμα.

Το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των παρονομαστών 3, 5, 10 και 15, είναι ίσο με ΕΚΠ (3, 5, 10, 15) = 30. Οπότε:

$$\begin{aligned}\frac{2}{5} + \frac{2}{15} + \frac{1}{3} + \frac{1}{10} &= \frac{2 \cdot 6}{5 \cdot 6} + \frac{2 \cdot 2}{15 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 10}{3 \cdot 10} + \frac{1 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \\ &= \frac{12}{30} + \frac{4}{30} + \frac{10}{30} + \frac{3}{30} = \frac{12+4+10+3}{30} = \frac{29}{30}\end{aligned}$$

Οπότε, το μέρος της παραγωγής που έμεινε απούλητο, είναι ίσο με:

$$\frac{30}{30} - \frac{29}{30} = \frac{30-29}{30} = \frac{1}{30}$$

Άσκηση 10

Τοποθέτησε ένα "x" στην αντίστοιχη θέση

	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ		ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ
(α) $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5} = 1 \frac{2}{5}$	☐	☐	(ε) $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{3}{8}$	☐	☐
(β) $\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{20}{12}$	☐	☐	(στ) $\frac{3+5}{5} = \frac{3}{5} + 1$	☐	☐
(γ) $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$	☐	☐	(ζ) $\frac{8-3}{8} = 1 - \frac{3}{8}$	☐	☐
(δ) $\frac{8}{5} = 1 + \frac{3}{5}$	☐	☐			

Λύση

	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ		ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ
(α) $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5} = 1 \frac{2}{5}$			(ε) $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{3}{8}$		
(β) $\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{20}{12}$			(στ) $\frac{3+5}{5} = \frac{3}{5} + 1$		
(γ) $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$			(ζ) $\frac{8-3}{8} = 1 - \frac{3}{8}$		
(δ) $\frac{8}{5} = 1 + \frac{3}{5}$					

Αιτιολόγηση των Λανθασμένων Προτάσεων:

(γ). Η Πρόταση είναι λανθασμένη, διότι για να προσθέσουμε τα συγκεκριμένα κλάσματα πρέπει πρώτα να μετατραπούν σε ομώνυμα.

Το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των παρονομαστών 5 και 6, είναι ίσο με ΕΚΠ (5, 6) = 30. Οπότε:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 6}{5 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{6}{30} + \frac{5}{30} = \frac{6+5}{30} = \frac{11}{30} = 11:30 \approx 0,367.$$

Αντιθέτως, έχουμε: $\frac{1}{3} = 1:3 \approx 0,333$

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι: $\frac{11}{30} \neq \frac{1}{3}$ και κατά συνέπεια: $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} \neq \frac{1}{3}$.

(ε). Η Πρόταση είναι λανθασμένη, διότι για να προσθέσουμε τα συγκεκριμένα κλάσματα πρέπει πρώτα να μετατραπούν σε ομώνυμα.

Το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των παρονομαστών 5 και 6, είναι ίσο με ΕΚΠ (3, 5) = 3·5=15.

Οπότε: $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{3}{15} + \frac{10}{15} = \frac{3+10}{15} = \frac{13}{15} = 13:15 \approx 0,867$.

Αντιθέτως, έχουμε: $\frac{3}{8} = 3:8 = 0,375$

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι: $\frac{13}{15} \neq \frac{3}{8}$ και κατά συνέπεια: $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} \neq \frac{3}{8}$

Επιμέλεια: Βασίλης Τσιλιβής – Μαθηματικός



...Πράξεις Παιδείας!