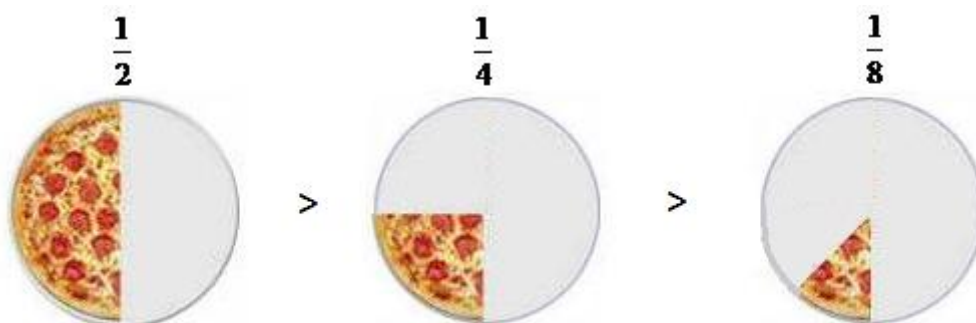


2. Τα κλάσματα



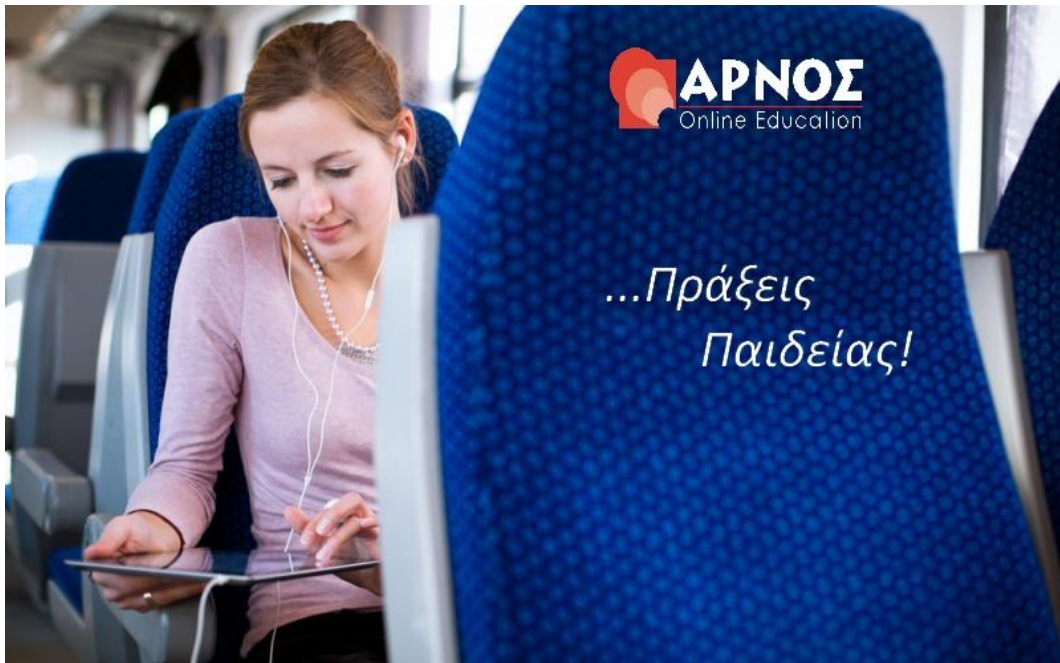
Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Α' Γυμνασίου

2.3 Σύγκριση κλασμάτων

σχ. βιβλίο (σ. 43)

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία
για όλο το σχολικό έτος **μόνο με 150 ευρώ!**



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία
για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης
& SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.



Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Α' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σ. 43)

2.3 Σύγκριση κλασμάτων

Άσκηση 1

Συμπλήρωσε τα παρακάτω κενά:

(α) Για να συγκρίνουμε δύο κλάσματα πρέπει αυτά να είναι

(β) Ένα κλάσμα είναι:

(i) ίσο με 1, αν ο αριθμητής του είναιτον παρονομαστή

(ii) μικρότερο του 1, αν ο αριθμητής του είναιτον παρονομαστή.

(iii) μεγαλύτερο του 1, αν ο αριθμητής του είναιτον παρονομαστή.

(γ) Αν $\frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$ τότε

Λύση

Συμπλήρωσε τα παρακάτω κενά:

(α) Για να συγκρίνουμε δύο κλάσματα πρέπει αυτά να είναι **ομώνυμα**.

(β) Ένα κλάσμα είναι:

(i) ίσο με 1, αν ο αριθμητής του είναι **ίσος με** τον παρονομαστή

(ii) μικρότερο του 1, αν ο αριθμητής του είναι **μικρότερος από** τον παρονομαστή.

(iii) μεγαλύτερο του 1, αν ο αριθμητής του είναι **μεγαλύτερος από** τον παρονομαστή.

(γ) Αν $\frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$ τότε **$\alpha > \beta$** .

Άσκηση 2

Σύγκρινε τα κλάσματα: (α) $\frac{3}{7}$ και $\frac{5}{7}$, (β) $\frac{3}{7}$ και $\frac{3}{9}$, (γ) $\frac{4}{5}$ και $\frac{8}{12}$.

Λύση

(α) Τα κλάσματα $\frac{3}{7}$ και $\frac{5}{7}$ είναι ομώνυμα και αφού $3 < 5$, οπότε: $\frac{3}{7} < \frac{5}{7}$. (β) Τα κλάσματα $\frac{3}{7}$ και $\frac{3}{9}$ έχουν τον ίδιο αριθμητή και διαφορετικούς παρονομαστές.

Συνεπώς, μεγαλύτερο είναι το κλάσμα με το μικρότερο παρονομαστή. Δηλαδή, αφού $7 < 9$, οπότε: $\frac{3}{7} > \frac{3}{9}$.

(γ) Τα κλάσματα $\frac{4}{5}$ και $\frac{8}{12}$ είναι ετερόνυμα, οπότε για να τα συγκρίνουμε θα

τα μετατρέψουμε πρώτα σε ομώνυμα.

Το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των παρονομαστών 5, 12 είναι ίσο με:

ΕΚΠ (5, 12) = 60 και αφού $60:5 = 12$ και $60:12 = 5$, έχουμε λοιπόν:

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 12}{5 \cdot 12} = \frac{48}{60} \quad \text{και} \quad \frac{8}{12} = \frac{8 \cdot 5}{12 \cdot 5} = \frac{40}{60}.$$

Τα κλάσματα $\frac{48}{60}$, $\frac{40}{60}$ είναι ομώνυμα και αφού $48 > 40$, οπότε: $\frac{48}{60} > \frac{40}{60}$,

δηλαδή: $\frac{4}{5} > \frac{8}{12}$.

Άσκηση 3

Γράψε τα κλάσματα $\frac{31}{10}, \frac{31}{14}, \frac{31}{11}, \frac{31}{13}, \frac{31}{12}$ σε φθίνουσα σειρά.

Λύση

Είναι πολύ σημαντικό στη συγκεκριμένη Άσκηση να θυμηθούμε την πολύ χρήσιμη πληροφορία στη σελίδα 41 του Σχολικού μας Βιβλίου:

▶ Από δύο κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή μεγαλύτερο είναι εκείνο με τον μικρότερο παρονομαστή.

$$\frac{13}{9} < \frac{13}{5}$$

Αφού λοιπόν τα κλάσματα $\frac{31}{10}, \frac{31}{14}, \frac{31}{11}, \frac{31}{13}, \frac{31}{12}$ έχουν τον ίδιο αριθμητή 31,

μεγαλύτερο είναι εκείνο με τον μικρότερο παρονομαστή.

Επειδή $10 < 11 < 12 < 13 < 14$, οπότε η φθίνουσα σειρά κλασμάτων, δηλαδή η

σειρά από το μεγαλύτερο προς το μικρότερο είναι: $\frac{31}{10} > \frac{31}{11} > \frac{31}{12} > \frac{31}{13} > \frac{31}{14}$

Άσκηση 4

Σύγκρινε με το 1 τα κλάσματα: (α) $\frac{5}{8}$, (β) $\frac{9}{10}$, (γ) $\frac{12}{11}$, (δ) $\frac{16}{16}$, (ε) $\frac{109}{120}$.

Λύση

Ένα κλάσμα είναι **μικρότερο του 1**, όταν ο αριθμητής του είναι μικρότερος από τον παρονομαστή, ενώ είναι **μεγαλύτερο του 1**, όταν ο αριθμητής του είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή. **Ίσο με το 1** είναι ένα κλάσμα, είναι μικρότερο του 1, όταν ο αριθμητής του είναι ίσος με τον παρονομαστή του.

Σύμφωνα με τα προηγούμενα, έχουμε:

(α) Αφού $5 < 8$, είναι $\frac{5}{8} < 1$

(β) Αφού $9 < 10$, είναι $\frac{9}{10} < 1$

(γ) Αφού $12 > 11$, είναι $\frac{12}{11} > 1$

(δ) Αφού $16 < 16$, είναι $\frac{16}{16} = 1$

(ε) Αφού $109 < 120$, είναι $\frac{109}{120} < 1$

Άσκηση 5

Βάλτε σε σειρά τα κλάσματα: $\frac{3}{5}, \frac{8}{15}, \frac{5}{10}, \frac{20}{15}, \frac{7}{5}$.

Λύση

Τα κλάσματα $\frac{3}{5}, \frac{8}{15}, \frac{5}{10}, \frac{20}{15}, \frac{7}{5}$ είναι μεταξύ τους ετερόνυμα, οπότε για να τα

συγκρίνουμε θα τα μετατρέψουμε πρώτα σε ομώνυμα.

Το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των παρονομαστών 5, 10, 15 είναι ίσο με:

ΕΚΠ (5, 10, 15) = 30 και αφού $30:5 = 6$, $30:15 = 2$ και $30:10 = 3$, έχουμε:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{18}{30}, \quad \frac{8}{15} = \frac{8 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \frac{16}{30}, \quad \frac{5}{10} = \frac{5 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{15}{30}, \quad \frac{20}{15} = \frac{20 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \frac{40}{30} \quad \text{και}$$

$$\frac{7}{5} = \frac{7 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{42}{30}.$$

Αφού λοιπόν: $15 < 16 < 18 < 40 < 42$, άρα $\frac{15}{30} < \frac{16}{30} < \frac{18}{30} < \frac{40}{30} < \frac{42}{30}$,

Άρα: $\frac{5}{10} < \frac{8}{15} < \frac{3}{5} < \frac{20}{15} < \frac{7}{5}$

Άσκηση 6

Βρες μεταξύ ποιων διαδοχικών φυσικών αριθμών βρίσκεται καθένα από τα παρακάτω κλάσματα:

$$(\alpha) \frac{5}{3}, (\beta) \frac{7}{2}, (\gamma) \frac{8}{9}, (\delta) \frac{63}{5}, (\epsilon) \frac{125}{10}.$$

Λύση

(α) Βρίσκουμε τον αμέσως προηγούμενο και επόμενο αριθμό του 5 που διαιρείται με το 3. Έχουμε τους αριθμούς 3 και 6, αντίστοιχα.

$$\text{Άρα } \frac{3}{3} < \frac{5}{3} < \frac{6}{3}, \text{ δηλαδή } 1 < \frac{5}{3} < 2.$$

(β) Ομοίως με πριν, ο αμέσως προηγούμενος και επόμενος αριθμός του 7 που διαιρείται με το 2, είναι οι αριθμοί 6 και 8, αντίστοιχα.

$$\text{Άρα } \frac{6}{2} < \frac{7}{2} < \frac{8}{2}, \text{ δηλαδή } 3 < \frac{7}{2} < 4.$$

(γ) Βρίσκουμε τον αμέσως προηγούμενο και επόμενο αριθμό του 8 που διαιρείται με το 9. Έχουμε τους αριθμούς 0 και 9, αντίστοιχα.

$$\text{Άρα } \frac{0}{9} < \frac{8}{9} < \frac{9}{9}, \text{ δηλαδή } 0 < \frac{8}{9} < 1.$$

(δ) Βρίσκουμε τον αμέσως προηγούμενο και επόμενο αριθμό του 63 που διαιρείται με το 5. Έχουμε τους αριθμούς 60 και 65, αντίστοιχα.

$$\text{Άρα } \frac{60}{5} < \frac{63}{5} < \frac{65}{5}, \text{ δηλαδή } 12 < \frac{63}{5} < 13.$$

(ε) Ομοίως με πριν, βρίσκουμε τον αμέσως προηγούμενο και επόμενο αριθμό του 125 που διαιρείται με το 10. Έχουμε τους αριθμούς 120 και 130, αντίστοιχα.

$$\text{Άρα } \frac{120}{10} < \frac{125}{10} < \frac{130}{10}, \text{ δηλαδή } 12 < \frac{125}{10} < 13.$$

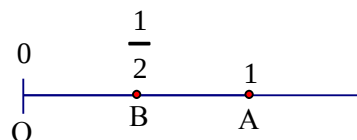
Άσκηση 7

Τοποθέτησε στην ευθεία των αριθμών τα κλάσματα:

$$(\alpha) \frac{1}{2}, \quad (\beta) \frac{3}{2}, \quad (\gamma) \frac{5}{2}, \quad (\delta) \frac{1}{4}, \quad (\epsilon) \frac{3}{4}, \quad (\sigma) \frac{4}{5}, \quad (\zeta) \frac{9}{10}.$$

Λύση

(α) Θεωρούμε τα σημεία Ο και Α ως τις θέσεις των αριθμών 0 και 1, αντίστοιχα.



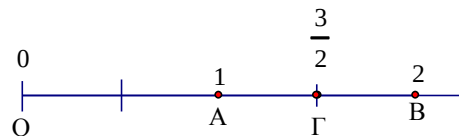
Η θέση του αριθμού $\frac{1}{2}$ είναι το σημείο Β το

οποίο βρίσκεται ανάμεσα στα σημεία Ο και Α, έτσι ώστε $OB = BA$.

(β) Θεωρούμε τα σημεία A και B ως τις θέσεις των

αριθμών 1 και 2, αντίστοιχα.

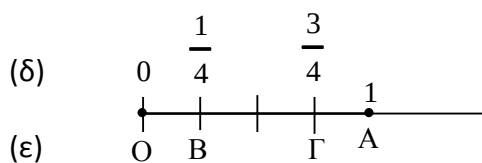
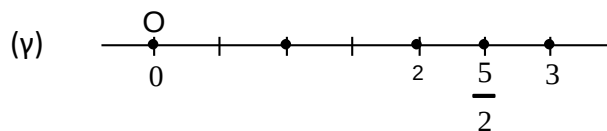
Χωρίζουμε το τμήμα AB σε δύο μέρη ΑΓ, ΓΒ



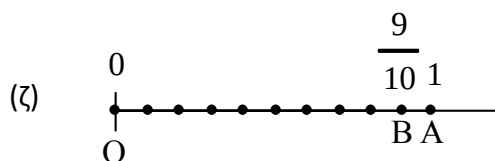
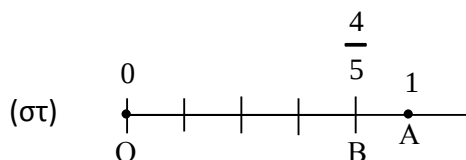
έτσι ώστε $ΑΓ = ΓΒ$, οπότε η θέση του αριθμού $\frac{3}{2}$ είναι το σημείο Γ που

βρίσκεται ανάμεσα στα σημεία A και B.

Όντως, αφού $\frac{2}{2} < \frac{3}{2} < \frac{4}{2}$ άρα: $1 < \frac{3}{2} < 2$.

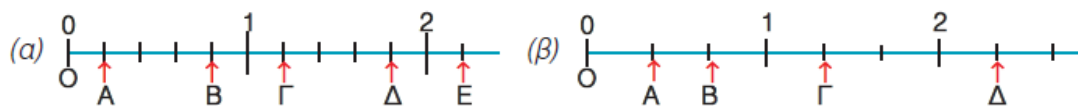


(ε)



Άσκηση 8

Ποιοι κλασματικοί αριθμοί πρέπει να τοποθετηθούν στα σημεία Α, Β, Γ, Δ, και Ε του σχήματος;



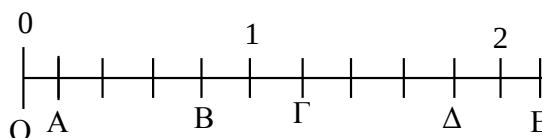
Λύση

Σχήμα (α)

- Στο σημείο Α πρέπει να τοποθετηθεί ο κλασματικός αριθμός $\frac{1}{5}$.

- Στο σημείο Β πρέπει να τοποθετηθεί ο

κλασματικός αριθμός $\frac{4}{5}$.



- Στο σημείο Γ πρέπει να τοποθετηθεί ο κλασματικός αριθμός $\frac{6}{5}$.

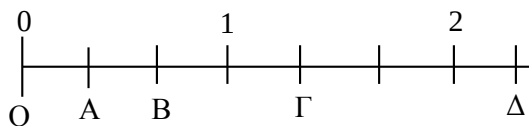
- Στο σημείο Δ πρέπει να τοποθετηθεί ο κλασματικός αριθμός $\frac{9}{5}$.

- Στο σημείο Ε πρέπει να τοποθετηθεί ο κλασματικός αριθμός $\frac{11}{5}$.

Σχήμα (β)

- Στο σημείο Α πρέπει να τοποθετηθεί ο κλασματικός αριθμός $\frac{1}{3}$.

- Στο σημείο Β πρέπει να τοποθετηθεί ο κλασματικός αριθμός $\frac{2}{3}$.

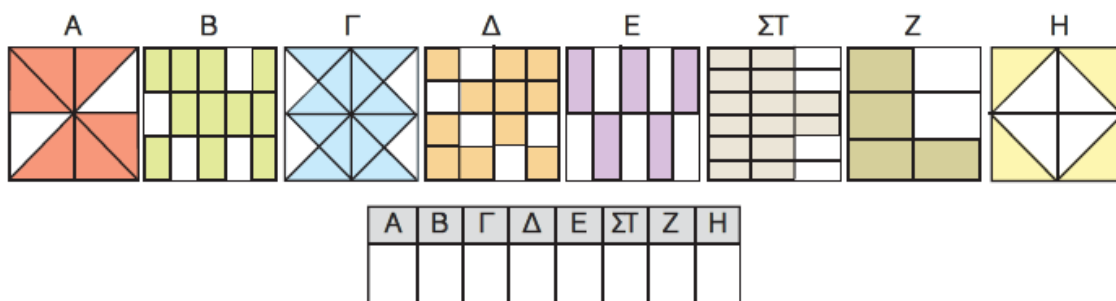


- Στο σημείο Γ πρέπει να τοποθετηθεί ο κλασματικός αριθμός $\frac{4}{3}$.

- Στο σημείο Δ πρέπει να τοποθετηθεί ο κλασματικός αριθμός $\frac{7}{3}$.

Άσκηση 9

Συμπλήρωσε τις κενές θέσεις του πίνακα με το κλάσμα που αντιστοιχεί στο χρωματισμένο τμήμα του τετραγώνου με το αντίστοιχο γράμμα και μετά βάλε τα κλάσματα που βρήκες σε φθίνουσα σειρά.



Λύση

Το κλάσμα που αντιστοιχεί στο χρωματισμένο τμήμα κάθε τετραγώνου, είναι αντίστοιχα:

Α	Β	Γ	Δ	Ε	ΣΤ	Ζ	Η
$\frac{6}{8}$	$\frac{11}{15}$	$\frac{12}{16}$	$\frac{11}{16}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{14}{18}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{4}{8}$

Τα κλάσματα $\frac{6}{8}, \frac{11}{15}, \frac{12}{16}, \frac{11}{16}, \frac{5}{10}, \frac{14}{18}, \frac{4}{6}, \frac{4}{8}$ είναι ετερόνυμα, οπότε για να τα

συγκρίνουμε θα τα μετατρέψουμε πρώτα σε ομώνυμα.

Το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των παρονομαστών 6, 8, 10, 15, 16, 18 είναι ίσο με:

ΕΚΠ (6, 8, 10, 15, 16, 18) = 720, οπότε έχουμε:

- Αφού $720:8 = 90$, έχουμε λοιπόν: $\frac{6}{8} = \frac{6 \cdot 90}{8 \cdot 90} = \frac{540}{720}$

- Αφού $720:15 = 48$, έχουμε λοιπόν: $\frac{11}{15} = \frac{11 \cdot 48}{15 \cdot 48} = \frac{528}{720}$

- Αφού $720:16 = 45$, έχουμε λοιπόν: $\frac{12}{16} = \frac{12 \cdot 45}{16 \cdot 45} = \frac{540}{720}$

- Αφού $720:10 = 72$, έχουμε λοιπόν: $\frac{5}{10} = \frac{5 \cdot 72}{10 \cdot 72} = \frac{360}{720}$

- Αφού $720:18 = 40$, έχουμε λοιπόν: $\frac{14}{18} = \frac{14 \cdot 40}{18 \cdot 40} = \frac{560}{720}$

- Αφού $720:16 = 45$, έχουμε λοιπόν: $\frac{11}{16} = \frac{11 \cdot 45}{16 \cdot 45} = \frac{495}{720}$

- Αφού $720:6 = 120$, έχουμε λοιπόν: $\frac{4}{6} = \frac{4 \cdot 120}{6 \cdot 120} = \frac{480}{720}$

- Αφού $720:8 = 90$, έχουμε λοιπόν: $\frac{4}{8} = \frac{4 \cdot 90}{8 \cdot 90} = \frac{360}{720}$

Τα κλάσματα $\frac{540}{720}, \frac{528}{720}, \frac{540}{720}, \frac{360}{720}, \frac{560}{720}, \frac{495}{720}, \frac{480}{720}, \frac{360}{720}$ είναι ομώνυμα και

αφού $360 < 480 < 495 < 528 < 540 < 560$, οπότε:

$$\frac{560}{720} > \frac{540}{720} = \frac{540}{720} > \frac{528}{720} > \frac{495}{720} > \frac{480}{720} > \frac{360}{720} = \frac{360}{720}$$

Δηλαδή η φθίνουσα σειρά είναι: $\frac{14}{18} > \frac{6}{8} = \frac{12}{16} > \frac{11}{15} > \frac{11}{16} > \frac{4}{6} > \frac{5}{10} = \frac{5}{10}$

Επιμέλεια: Βασίλης Τσιλιβής – Μαθηματικός



...Πράξεις Παιδείας!