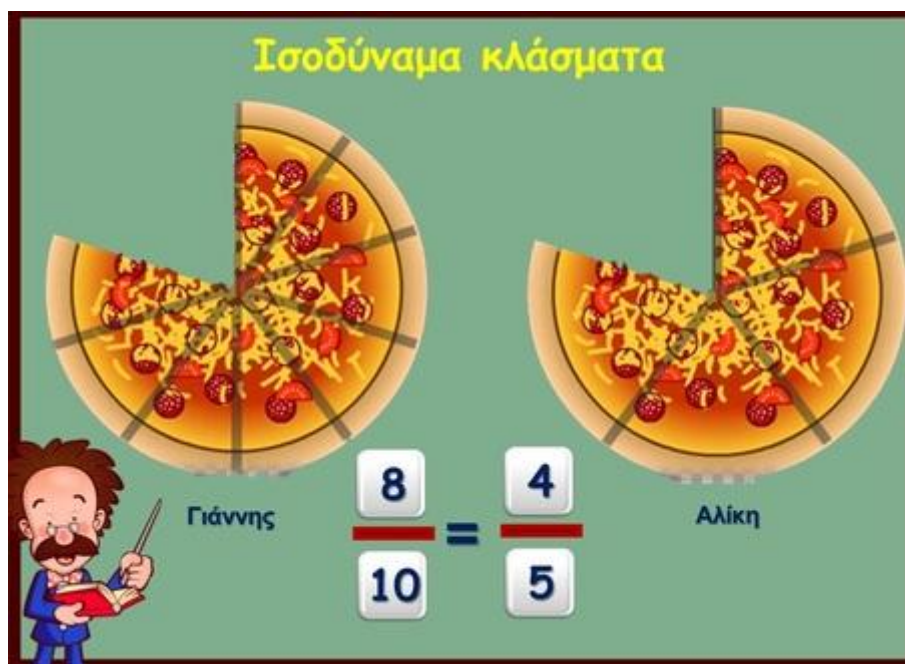


2. Τα κλάσματα



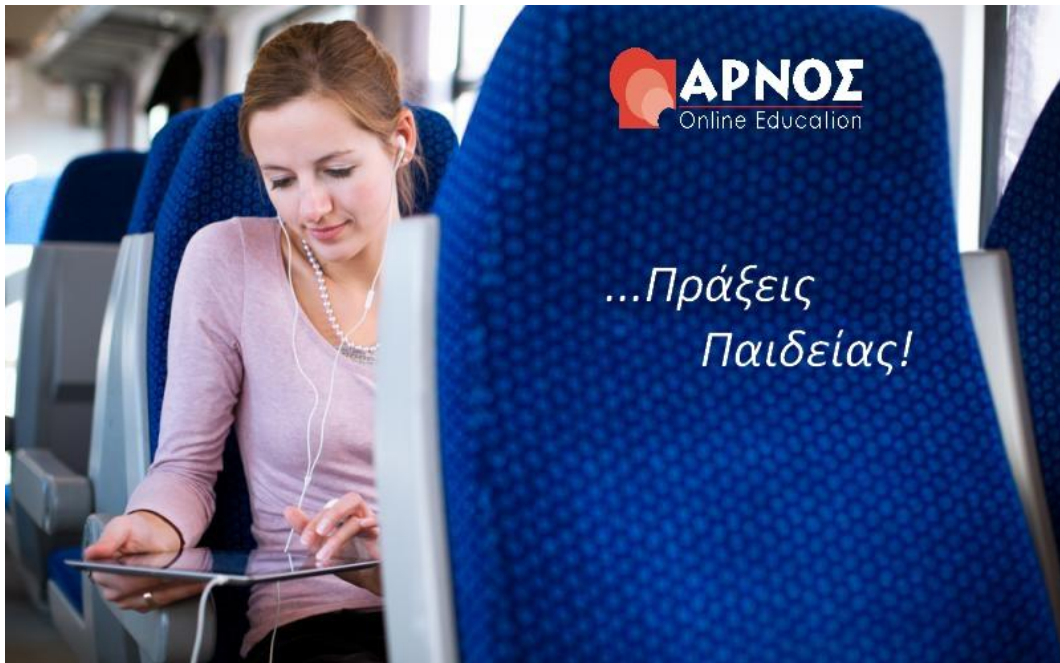
Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Α' Γυμνασίου

2.2 Ισοδύναμα κλάσματα

σχ. βιβλίο (σ. 40)

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία
για όλο το σχολικό έτος **μόνο με 150 ευρώ!**



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία
για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης
& SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.



Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Α' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σ. 40)

2.2 Ισοδύναμα κλάσματα

Άσκηση 1

Συμπλήρωσε τα παρακάτω κενά:

(α) Δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα όταν

(β) Αν ισχύει $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$, τότε οι όροι $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ συνδέονται με τη σχέση

(γ) Ανάγωγο λέγεται το κλάσμα που.....

(δ) Ομώνυμα λέγονται τα κλάσματα που

(ε) Ετερόνυμα λέγονται τα κλάσματα που

(στ) Αν διαιρέσουμε και τους δύο όρους ενός κλάσματος με τον ΜΚΔ τους, τότε το κλάσμα γίνεται

Λύση

(α) Δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα όταν **εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους ή ίσων μεγεθών.**

(β) Αν ισχύει $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$, τότε οι όροι $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ συνδέονται με τη σχέση

$$\alpha \cdot \delta = \beta \cdot \gamma.$$

(γ) Ανάγωγο λέγεται το κλάσμα που **δεν μπορεί να απλοποιηθεί, δηλαδή ο ΜΚΔ των όρων του είναι η μονάδα.**

(δ) Ομώνυμα λέγονται τα κλάσματα που **έχουν τον ίδιο παρονομαστή.**

(ε) Ετερόνυμα λέγονται τα κλάσματα που **έχουν διαφορετικούς παρονομαστές.**

(στ) Αν διαιρέσουμε και τους δύο όρους ενός κλάσματος με τον ΜΚΔ τους, τότε το κλάσμα γίνεται **ανάγωγο.**

Άσκηση 2

Να εξετάσεις ποια από τα κλάσματα είναι ισοδύναμα:

(α) $\frac{2}{3}, \frac{18}{27}$, (β) $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$, (γ) $\frac{7}{8}, \frac{30}{40}$, (δ) $\frac{13}{14}, \frac{26}{28}$

Λύση

(α) Τα κλάσματα $\frac{2}{3}, \frac{18}{27}$ είναι ισοδύναμα, διότι τα «χιαστί γινόμενα» είναι

μεταξύ τους ίσα. Πράγματι: $2 \cdot 27 = 54$ και $3 \cdot 18 = 54$.

Αφού λοιπόν $2 \cdot 27 = 3 \cdot 18$, οπότε: $\frac{2}{3} = \frac{18}{27}$.

(β) Τα κλάσματα $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$ δεν είναι ισοδύναμα, διότι τα «χιαστί γινόμενα» δεν

είναι μεταξύ τους ίσα. Πράγματι: $3 \cdot 2 = 6$ και $4 \cdot 1 = 4$.

Αφού λοιπόν $3 \cdot 2 \neq 4 \cdot 1$, οπότε: $\frac{3}{4} \neq \frac{1}{2}$.

(γ) Ομοίως με πριν, τα κλάσματα $\frac{7}{8}, \frac{30}{40}$ δεν είναι ισοδύναμα, διότι τα «χιαστί

γινόμενα» δεν είναι μεταξύ τους ίσα. Πράγματι: $7 \cdot 40 = 280$ και $8 \cdot 30 = 240$.

Αφού λοιπόν $7 \cdot 40 \neq 8 \cdot 30$, οπότε: $\frac{7}{8} \neq \frac{30}{40}$.

(δ) Τα κλάσματα $\frac{13}{14}, \frac{26}{28}$ είναι ισοδύναμα, διότι τα «χιαστί γινόμενα» είναι

μεταξύ τους ίσα. Πράγματι: $13 \cdot 28 = 364$ και $14 \cdot 26 = 364$.

Αφού λοιπόν $13 \cdot 28 = 14 \cdot 26$, οπότε: $\frac{13}{14} = \frac{26}{28}$.

Άσκηση 3

Να μετατρέψεις καθένα από τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμο του με παρονομαστή τον αριθμό 100.

$$(α) \frac{3}{4}, \quad (β) \frac{8}{5}, \quad (γ) \frac{4}{20}, \quad (δ) \frac{5}{2}, \quad (ε) \frac{60}{75}$$

Λύση

$$(α) \text{ Είναι } 100 : 4 = 25 \text{ και } \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100}$$

$$(β) \text{ Είναι } 100 : 5 = 20 \text{ και } \frac{8}{5} = \frac{8 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{160}{100}$$

$$(γ) \text{ Είναι } 100 : 20 = 5 \text{ και } \frac{4}{20} = \frac{4 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{20}{100}$$

$$(δ) \text{ Είναι } 100 : 2 = 50 \text{ και } \frac{5}{2} = \frac{5 \cdot 50}{2 \cdot 50} = \frac{250}{100}$$

(ε) Καταρχήν, θα απλοποιήσουμε το κλάσμα το κλάσμα $\frac{60}{75}$ διαιρώντας τους όρους του με έναν κοινό διαιρέτη του 60 και του 75 που είναι ο αριθμός 3.

$$\text{Έχουμε λοιπόν: } \frac{60}{75} = \frac{60 : 3}{75 : 3} = \frac{20}{25}$$

$$\text{Αφού } 100 : 25 = 4 \text{ άρα } \frac{20}{25} = \frac{20 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{80}{100}$$

Άσκηση 4

Να μετατρέψεις τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με παρονομαστή το 3

$$(α) \frac{10}{6}, \quad (β) \frac{50}{30}, \quad (γ) \frac{18}{27}$$

Λύση

$$(α) \text{ Είναι } 6:2=3 \text{ και } \frac{10}{6} = \frac{10:2}{6:2} = \frac{5}{3}$$

$$(β) \text{ Είναι } 30:10=3 \text{ και } \frac{50}{30} = \frac{50:10}{30:10} = \frac{5}{3}$$

$$(γ) \text{ Είναι } 27:9=3 \text{ και } \frac{18}{27} = \frac{18:9}{27:9} = \frac{2}{3}$$

Άσκηση 5

Να τρέψεις το κλάσμα $\frac{2}{3}$ σε ισοδύναμο κλάσμα με παρονομαστή:

(α) 6 και (β) 15.

Λύση

$$(α) \text{ Αφού } 3 \cdot 2 = 6, \text{ άρα: } \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$$

$$(β) \text{ Αφού } 3 \cdot 5 = 15, \text{ άρα: } \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$$

Άσκηση 6

Να συμπληρώσεις τα κενά, ώστε να προκύψουν ισοδύναμα κλάσματα:

$$(α) \frac{2}{3} = \frac{22}{\dots}, \quad (β) \frac{\dots}{5} = \frac{9}{15}, \quad (γ) \frac{14}{4} = \frac{\dots}{20}, \quad (δ) \frac{48}{36} = \frac{\dots}{24}.$$

Λύση

(α) Αφού $2 \cdot 11 = 22$, άρα $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 11}{3 \cdot 11} = \frac{22}{33}$

Συνεπώς, ο αριθμός που λείπει από τη συγκεκριμένη ισότητα είναι ο αριθμός **33**.

(β) Αφού $15:3 = 5$, άρα $\frac{9}{15} = \frac{9:3}{15:3} = \frac{3}{5}$

Συνεπώς, ο αριθμός που λείπει από τη συγκεκριμένη ισότητα είναι ο αριθμός **3**.

(γ) Ομοίως με πριν, αφού $4 \cdot 5 = 20$, άρα $\frac{14}{4} = \frac{14 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{70}{20}$

Συνεπώς, ο αριθμός που λείπει από τη συγκεκριμένη ισότητα είναι ο αριθμός **70**.

(δ) Καταρχήν, θα απλοποιήσουμε το κλάσμα $\frac{48}{36}$, διαιρώντας και τους δύο

όρους του, με έναν κοινό διαιρέτη των αριθμών 36 και 48 που είναι ο αριθμός **3**.

Θα προκύψει λοιπόν η ισοδυναμία: $\frac{48}{36} = \frac{48:3}{36:3} = \frac{16}{12}$

Αφού $12 \cdot 2 = 24$, άρα $\frac{16}{12} = \frac{16 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{32}{24}$

Συνεπώς, ο αριθμός που λείπει από τη συγκεκριμένη ισότητα είναι ο αριθμός **32**.

Άσκηση 7

Να απλοποιήσεις τα κλάσματα: (α) $\frac{25}{30}$, (β) $\frac{12}{9}$, (γ) $\frac{32}{56}$.

Λύση

Θα απλοποιήσουμε καθένα από τα παραπάνω κλάσματα, διαιρώντας τους όρους του, με έναν κοινό διαιρέτη του αριθμητή και του παρονομαστή, ή κατευθείαν με το ΜΚΔ αυτών.

(α) Οπότε, για το κλάσμα $\frac{25}{30}$, είναι $\text{ΜΚΔ}(25, 30) = 5$, άρα:

$$\frac{25}{30} = \frac{25:5}{30:5} = \frac{5}{6}$$

(β) Ομοίως, για το κλάσμα $\frac{12}{9}$, είναι $\text{ΜΚΔ}(12, 9) = 3$, άρα:

$$\frac{12}{9} = \frac{12:3}{9:3} = \frac{4}{3}$$

(γ) Για το κλάσμα $\frac{32}{56}$, είναι $\text{ΜΚΔ}(32, 56) = 8$, άρα:

$$\frac{32}{56} = \frac{32:8}{56:8} = \frac{4}{7}$$

Άσκηση 8

Να βρεις ποια από τα κλάσματα είναι ανάγωγα:

(α) $\frac{32}{30}$, (β) $\frac{15}{14}$, (γ) $\frac{51}{16}$, (δ) $\frac{26}{50}$.

Λύση

Ας θυμηθούμε την παρακάτω χρήσιμη πληροφορία από τη σελίδα 38 του σχολικού μας βιβλίου:

- Το κλάσμα εκείνο που δεν μπορεί να απλοποιηθεί (δεν υπάρχει κοινός διαιρέτης αριθμητή και παρονομαστή) λέγεται **ανάγωγο**.

(α) Οπότε, για το κλάσμα $\frac{32}{30}$, είναι $\text{ΜΚΔ}(32, 30) = 2 \neq 1$, άρα το κλάσμα $\frac{32}{30}$

δεν είναι ανάγωγο.

(β) Για το κλάσμα $\frac{15}{14}$, είναι $\text{ΜΚΔ}(15, 14) = 1$, άρα το κλάσμα $\frac{15}{14}$ δεν μπορεί

να απλοποιηθεί περαιτέρω, συνεπώς είναι ανάγωγο.

(γ) Για το κλάσμα $\frac{51}{16}$, είναι $\text{ΜΚΔ}(51, 16) = 1$, άρα το κλάσμα $\frac{51}{16}$ δεν μπορεί

να απλοποιηθεί περαιτέρω, συνεπώς είναι ανάγωγο.

(δ) Για το κλάσμα $\frac{26}{50}$, είναι $\text{ΜΚΔ}(26, 50) = 2 \neq 1$, άρα το κλάσμα $\frac{26}{50}$

δεν είναι ανάγωγο.

Άσκηση 9

Να γίνουν ομώνυμα τα παρακάτω κλάσματα:

(α) $\frac{3}{5}$ και $\frac{7}{9}$, (β) $\frac{7}{8}$ και $\frac{3}{10}$, (γ) $\frac{11}{3}$ και $\frac{7}{12}$.

Λύση

Ας θυμηθούμε την παρακάτω χρήσιμη πληροφορία από τη σελίδα 38 του σχολικού μας βιβλίου:

• Όταν δύο ή περισσότερα κλάσματα έχουν τον ίδιο παρονομαστή λέγονται **ομώνυμα** και όταν έχουν διαφορετικούς παρονομαστές ονομάζονται **ετερόνυμα**.

$\frac{2}{7} + \frac{5}{7}$ ομώνυμα
 $\frac{2}{7} + \frac{5}{3}$ ετερόνυμα

(α) Τα κλάσματα $\frac{3}{5}$ και $\frac{7}{9}$ θα γίνουν ομώνυμα, ως εξής:

Υπολογίζουμε το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των παρονομαστών 5, 9
το οποίο ισούται με: ΕΚΠ (5, 9) = 45.

Αφού λοιπόν $45:5 = 9$ και $45:9 = 5$, συνεπώς:

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{c} \text{9} \\ \text{---} \\ \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 9}{5 \cdot 9} = \frac{27}{45} \end{array} & \begin{array}{c} \text{5} \\ \text{---} \\ \frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 5}{9 \cdot 5} = \frac{35}{45} \end{array} \end{array}$$

Επομένως, τα αρχικά κλάσματα $\frac{3}{5}$ και $\frac{7}{9}$ μετατράπηκαν στα ισοδύναμα

ομώνυμα $\frac{27}{45}$ και $\frac{35}{45}$.

(β) Ομοίως με πριν, τα κλάσματα $\frac{7}{8}$ και $\frac{3}{10}$ θα γίνουν ομώνυμα, ως εξής:

Υπολογίζουμε το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των παρονομαστών 8, 10
το οποίο ισούται με: ΕΚΠ (8, 10) = 40.

Αφού λοιπόν $40:8 = 5$ και $40:10 = 4$, συνεπώς:

$$\begin{array}{ccc} \overbrace{5} & & \overbrace{4} \\ \frac{7}{8} = \frac{7 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{35}{40} & & \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 4}{10 \cdot 4} = \frac{12}{40} \end{array}$$

Επομένως, τα αρχικά κλάσματα $\frac{7}{8}$ και $\frac{3}{10}$ μετατράπηκαν στα ισοδύναμα

ομώνυμα $\frac{35}{40}$ και $\frac{12}{40}$.

(γ) Τα κλάσματα $\frac{11}{3}$ και $\frac{7}{12}$ θα γίνουν ομώνυμα, ως εξής:

Υπολογίζουμε το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των παρονομαστών 3, 12

το οποίο ισούται με: ΕΚΠ (3, 12) = 12.

Αφού λοιπόν $12:3 = 4$ και $12:12 = 1$, συνεπώς:

$$\begin{array}{ccc} \overbrace{4} & & \overbrace{1} \\ \frac{11}{3} = \frac{11 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{44}{12} & & \frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 1}{12 \cdot 1} = \frac{7}{12} \end{array}$$

Επομένως, τα αρχικά κλάσματα $\frac{11}{3}$ και $\frac{7}{12}$ μετατράπηκαν στα ισοδύναμα

ομώνυμα $\frac{44}{12}$ και $\frac{7}{12}$.

Άσκηση 10

	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ
Τοποθέτησε ένα "x" στην αντίστοιχη θέση.	☐	☐
(α) Το κλάσμα $\frac{10}{25}$ απλοποιείται με το 5.	☐	☐
(β) Το κλάσμα $\frac{3}{5}$ είναι ανάγωγο.	☐	☐
(γ) Αν το κλάσμα $\frac{x}{8}$ τραπεί σε ισοδύναμο με παρονομαστή 24, ο αριθμητής του θα είναι διπλάσιος του x.	☐	☐
(δ) Αν πολλαπλασιάσουμε τον αριθμητή και τον παρονομαστή ενός κλάσματος επί 4, το κλάσμα θα γίνει 4 φορές μεγαλύτερο.	☐	☐
(ε) Το κλάσμα $\frac{18}{522}$ απλοποιείται με το 6.	☐	☐
(στ) Ένα ανάγωγο κλάσμα είναι πάντα μικρότερο του 1.	☐	☐
(ζ) $\frac{0}{4} = \frac{0}{10}$.	☐	☐
(η) $\frac{23}{30} = \frac{20+3}{20+10} = \frac{3}{10}$.	☐	☐
(θ) $\frac{3}{11} = \frac{60}{220}$.	☐	☐
(ι) $\frac{5}{5} = \frac{41}{41}$.	☐	☐
(ια) Το κλάσμα $\frac{a+b}{1}$ είναι πάντα ίσο με $a + b$.	☐	☐

Λύση

	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ
Τοποθέτησε ένα "x" στην αντίστοιχη θέση.	☒	☐
(α) Το κλάσμα $\frac{10}{25}$ απλοποιείται με το 5.	☒	☐
(β) Το κλάσμα $\frac{3}{5}$ είναι ανάγωγο.	☒	☐
(γ) Αν το κλάσμα $\frac{x}{8}$ τραπεί σε ισοδύναμο με παρονομαστή 24, ο αριθμητής του θα είναι διπλάσιος του x.	☐	☒
(δ) Αν πολλαπλασιάσουμε τον αριθμητή και τον παρονομαστή ενός κλάσματος επί 4, το κλάσμα θα γίνει 4 φορές μεγαλύτερο.	☐	☒
(ε) Το κλάσμα $\frac{18}{522}$ απλοποιείται με το 6.	☒	☐

(στ) Ένα ανάγωγο κλάσμα είναι πάντα μικρότερο του 1.



(ζ) $\frac{0}{4} = \frac{0}{10}$.



(η) $\frac{23}{30} = \frac{20+3}{20+10} = \frac{3}{10}$.



(θ) $\frac{3}{11} = \frac{60}{220}$.



(ι) $\frac{5}{5} = \frac{41}{41}$.



(ια) Το κλάσμα $\frac{a+b}{1}$ είναι πάντα ίσο με $a + b$.



Αιτιολόγηση των Λανθασμένων Προτάσεων:

(γ). Η Πρόταση είναι λανθασμένη, διότι για να τραπεί το κλάσμα $\frac{x}{8}$ σε

ισοδύναμο με παρονομαστή τον αριθμό 24, πρέπει να πολλαπλασιάσουμε

καθέναν από τους όρους του κλάσματος με τον αριθμό 3, ώστε:

$$\frac{x}{8} = \frac{3 \cdot x}{3 \cdot 8} = \frac{3 \cdot x}{24}.$$

Τελικά, παρατηρούμε ότι ο αριθμητής του ισοδύναμου κλάσματος είναι τριπλάσιος του x.

(δ). Η Πρόταση είναι λανθασμένη, διότι αν πολλαπλασιάσουμε καθέναν από τους όρους ενός κλάσματος επί τον αριθμό 4, το κλάσμα δε θα επηρεαστεί

καθόλου. Δηλαδή, έστω το κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$, τότε πολλαπλασιάζοντας καθέναν

από τους όρους του επί 4, προκύπτει ότι: $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha \cdot 4}{\beta \cdot 4} = \frac{\alpha \cdot \cancel{4}}{\beta \cdot \cancel{4}} = \frac{\alpha}{\beta}$

(στ). Η Πρόταση είναι λανθασμένη, διότι αν θεωρήσουμε το ανάγωγο κλάσμα

$$\frac{8}{5}, \text{ ισχύει ότι αφού } 8 > 5, \text{ τότε το συγκεκριμένο κλάσμα είναι } \underline{\text{μεγαλύτερο}}$$

του 1.

(η). Η Πρόταση είναι λανθασμένη, διότι: $\frac{23}{30} = \frac{20+3}{20+10} \neq \frac{3}{10}$.

Αυτό συμβαίνει, διότι αν χρησιμοποιήσουμε την πράξη της διαίρεσης, έχουμε ότι:

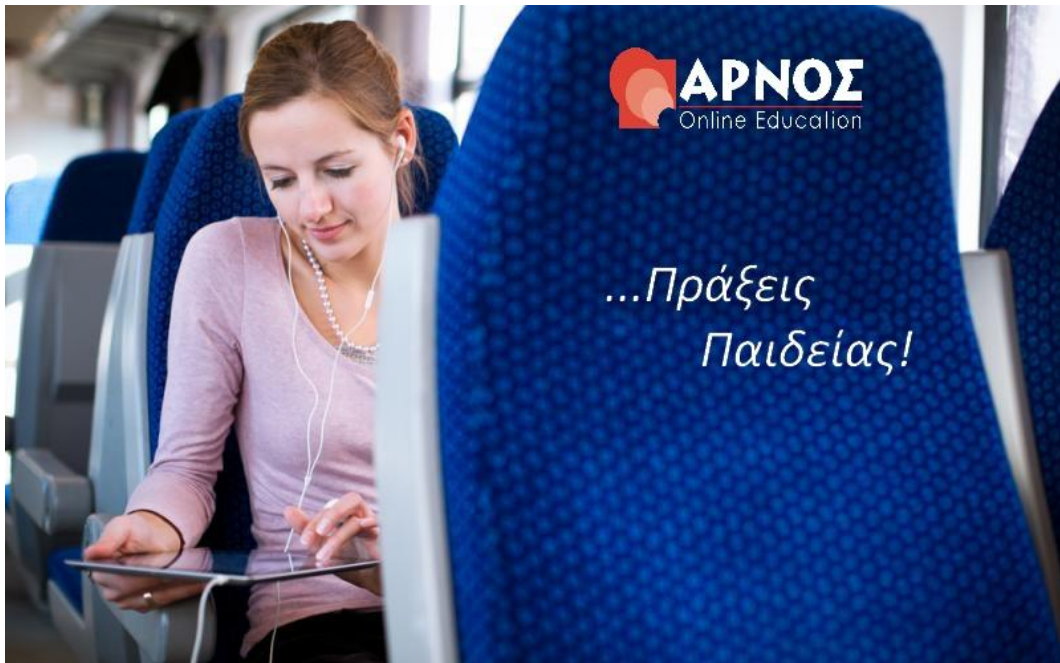
$$\frac{23}{30} = 23:30 \approx 0,766 \quad \text{ενώ} \quad \frac{3}{10} = 3:10 = 0,3$$

Οπότε, δεν ισχύει η συγκεκριμένη Πρόταση.

Επιμέλεια: Βασίλης Τσιλιβής – Μαθηματικός

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία
για όλο το σχολικό έτος **μόνο με 150 ευρώ!**



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία
για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης
& SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.





...Πράξεις Παιδείας!