

1. Οι Φυσικοί Αριθμοί



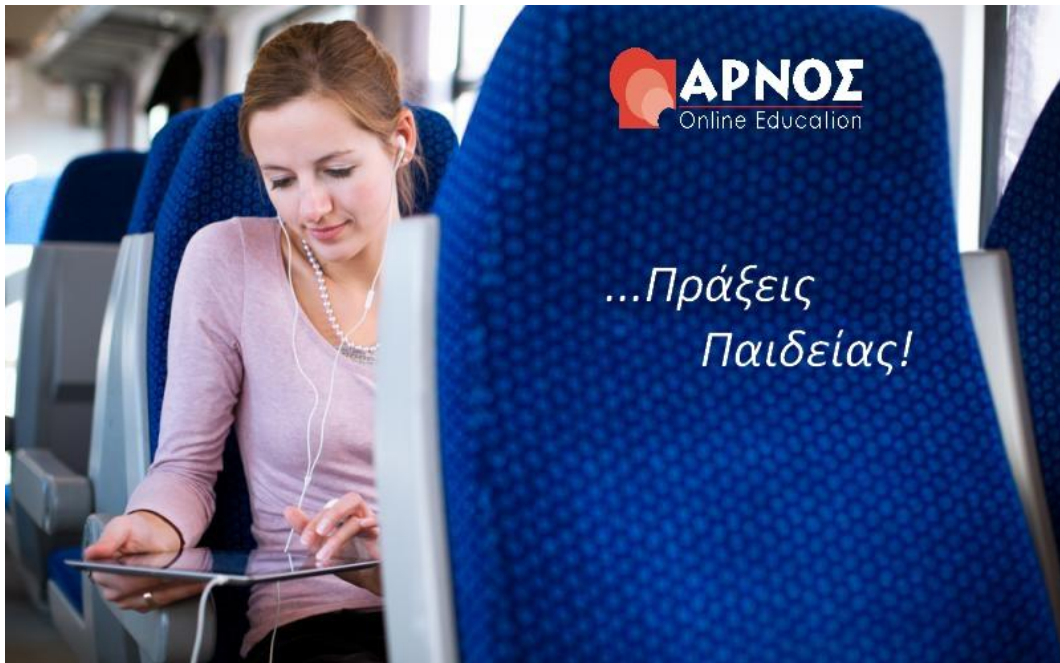
Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Α' Γυμνασίου

1.3 Δυνάμεις φυσικών αριθμών

σχ. βιβλίο (σ. 22)

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.



Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Α' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σ. 22)

1.3 Δυνάμεις φυσικών αριθμών

Άσκηση 1

Συμπλήρωσε στον πίνακα τα τετράγωνα και τους κύβους των αριθμών:

α	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	25
α^2														
α^3														

Λύση

α	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	25
α^2	64	81	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361	400	625
α^3	512	729	1000	1331	1728	2197	2744	3375	4096	4913	5832	6859	8000	15625

Άσκηση 2

Γράψε με την μορφή των δυνάμεων τα γινόμενα:

- (α) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ (β) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$ (γ) $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$
(δ) $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha$ (ε) $x \cdot x \cdot x$ (στ) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha$

Λύση

- (α) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^5$ (β) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 8^5 \cdot 6^3$
(γ) $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1^6$ (δ) $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha = \alpha^4$
(ε) $x \cdot x \cdot x = x^3$ (στ) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha = 2^4 \cdot \alpha^3$

Άσκηση 3

Υπολόγισε τις δυνάμεις: 2^1 , 2^2 , 2^3 , 2^4 , 2^5 , 2^6 , 2^7 , 2^8 , 2^9 , 2^{10}

Λύση

Γράφουμε τις παραπάνω δυνάμεις ως γινόμενα, με τον τρόπο που φαίνεται παρακάτω:

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

$$2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$$

$$2^7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128$$

$$2^8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 256$$

$$2^9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 512$$

$$2^{10} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1024$$

Άσκηση 4

Βρες τα τετράγωνα των αριθμών: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90

Λύση

Θα γράψουμε τα τετράγωνα των παραπάνω αριθμών, υψώνοντας τον καθένα σε δύναμη με εκθέτη 2:

$$10^2 = 10 \cdot 10 = 100 \quad 20^2 = 20 \cdot 20 = 400 \quad 30^2 = 30 \cdot 30 = 900$$

$$40^2 = 40 \cdot 40 = 1600 \quad 50^2 = 50 \cdot 50 = 2500 \quad 60^2 = 60 \cdot 60 = 3600$$

$$70^2 = 70 \cdot 70 = 4900 \quad 80^2 = 80 \cdot 80 = 6400 \quad 90^2 = 90 \cdot 90 = 8100$$

Άσκηση 5

Βρες τους κύβους των αριθμών: 10, 20, 30, 40, 50

Λύση

Θα γράψουμε ομοίως με πριν, τους κύβους των παραπάνω αριθμών, υψώ-νοντας τον καθένα σε δύναμη με εκθέτη 3:

$$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1.000$$

$$20^3 = 20 \cdot 20 \cdot 20 = 8.000$$

$$30^3 = 30 \cdot 30 \cdot 30 = 27.000$$

$$40^3 = 40 \cdot 40 \cdot 40 = 64.000$$

$$50^3 = 50 \cdot 50 \cdot 50 = 125.000$$

Άσκηση 6

Κάνε τις πράξεις:

$$(\alpha) 3 \cdot 5^2, \quad (\beta) 3 \cdot 5^2 + 2, \quad (\gamma) 3 \cdot 5^2 + 2^2, \quad (\delta) 3 \cdot 5 + 2^2, \quad (\epsilon) 3 \cdot (5 + 2)^2$$

Λύση

$$(\alpha) 3 \cdot 5^2 = 3 \cdot 25 = 75$$

$$(\beta) 3 \cdot 5^2 + 2 = 3 \cdot 25 + 2 = 75 + 2 = 77$$

$$(\gamma) 3 \cdot 5^2 + 2^2 = 3 \cdot 25 + 2 \cdot 2 = 75 + 4 = 79$$

$$(\delta) 3 \cdot 5 + 2^2 = 3 \cdot 5 + 2 \cdot 2 = 15 + 4 = 19$$

$$(\epsilon) 3 \cdot (5 + 2)^2 = 3 \cdot 7^2 = 3 \cdot 49 = 147$$

Άσκηση 7

Κάνε τις πράξεις: (α) $3^2 + 3^3 + 2^3 + 2^4$ (β) $(13 - 2)^4 + 5 \cdot 3^2$

Λύση

$$(α) \quad 3^2 + 3^3 + 2^3 + 2^4 = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 9 + 27 + 8 + 16 = 60$$

$$(β) \quad (13 - 2)^4 + 5 \cdot 3^2 = 11^4 + 5 \cdot 3^2 = 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 + 5 \cdot 3 \cdot 3 = 14.641 + 45 = 14.686$$

Άσκηση 8

Βρες τις τιμές των παραστάσεων:

(α) $(6 + 5)^2$ και $6^2 + 5^2$ (β) $(3 + 6)^2$ και $3^2 + 6^2$. Τι παρατηρείς;

Λύση

$$(α) \quad (6 + 5)^2 = 11^2 = 11 \cdot 11 = 121 \quad \text{ενώ} \quad 6^2 + 5^2 = 6 \cdot 6 + 5 \cdot 5 = 36 + 25 = 61$$

Δηλαδή, προκύπτει ότι αφού $121 > 61$, οπότε: $(6 + 5)^2 > 6^2 + 5^2$

$$(β) \quad (3 + 6)^2 = 9^2 = 9 \cdot 9 = 81 \quad \text{ενώ} \quad 3^2 + 6^2 = 3 \cdot 3 + 6 \cdot 6 = 9 + 36 = 45$$

Δηλαδή, προκύπτει ότι αφού $81 > 45$, οπότε: $(3 + 6)^2 > 3^2 + 6^2$

Συνεπώς, για δύο αριθμούς α, β παρατηρούμε ότι: $(\alpha + \beta)^2 > \alpha^2 + \beta^2$

Άσκηση 9

Γράψτε πιο σύντομα τα παρακάτω αθροίσματα και γινόμενα:

(α) $\alpha + \alpha + \alpha$ (β) $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha$ (γ) $x + x + x + x$ (δ) $x \cdot x \cdot x \cdot x$

Λύση

$$(\alpha) \alpha + \alpha + \alpha = 3 \cdot \alpha \quad (\beta) \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha = \alpha^3 \quad (\gamma) x + x + x + x = 4 \cdot x$$

$$(\delta) x \cdot x \cdot x \cdot x = x^4$$

Άσκηση 10

Γράψε τους αριθμούς (α) 34.720 , (β) 123.654 , (γ) 890.650 σε αναπτυ-γμένη μορφή με χρήση δυνάμεων του 10

Λύση

$$\begin{aligned} (\alpha) 34.720 &= 30.000 + 4.000 + 700 + 20 + 0 = \\ &= 3 \cdot 10.000 + 4 \cdot 1.000 + 7 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 0 = \\ &= 3 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\beta) 123.654 &= 100.000 + 20.000 + 3.000 + 600 + 50 + 4 = \\ &= 1 \cdot 100.000 + 2 \cdot 10.000 + 3 \cdot 1.000 + 6 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 4 \cdot 1 = \\ &= 1 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\gamma) 890.650 &= 800.000 + 90.000 + 600 + 50 = \\ &= 8 \cdot 100.000 + 9 \cdot 10.000 + 0 \cdot 1.000 + 6 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 0 \cdot 1 = \\ &= 8 \cdot 10^5 + 9 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0 \end{aligned}$$

Άσκηση 11

Αντιστοίχισε τα αποτελέσματα που υπάρχουν στο δεύτερο πίνακα με το εξαγόμενο των πράξεων κάθε γραμμής του πρώτου πίνακα.

$(1+2) \cdot (3+4)$	20
$1 \cdot (2+3 \cdot 4)$	21
$(1 \cdot 2 + 3) \cdot 4$	9
$1 + (2+3) \cdot 4$	14

Λύση

Κάνοντας τις πράξεις που βρίσκονται στον πρώτο πίνακα έχουμε τα εξής αποτελέσματα:

- $(1 + 2) \cdot (3 + 4) = 3 \cdot 7 = 21$
- $1 \cdot (2 + 3 \cdot 4) = 1 \cdot (2 + 12) = 1 \cdot 14 = 14$
- $(1 \cdot 2 + 3) \cdot 4 = (2 + 3) \cdot 4 = 5 \cdot 4 = 20$
- $1 + (2 + 3) \cdot 4 = 1 + 5 \cdot 4 = 1 + 20 = 21$

Άρα, η αντιστοίχιση των αποτελεσμάτων στο δεύτερο πίνακα με το εξαγόμενο των πράξεων κάθε γραμμής του πρώτου πίνακα, είναι η εξής:

$(1+2) \cdot (3+4)$	20
$1 \cdot (2+3 \cdot 4)$	21
$(1 \cdot 2 + 3) \cdot 4$	9
$1 + (2+3) \cdot 4$	14

Άσκηση 12

Αντιστοίχισε τα αποτελέσματα που υπάρχουν στο δεύτερο πίνακα με την αριθμητική παράσταση κάθε γραμμής του πρώτου πίνακα.

$2 + 2 \cdot 2$	150
$3 + 3 \cdot 3$	68
$4 + 4 \cdot 4 \cdot 4$	16
$5 + 5 \cdot 5 + 5 \cdot 5$	6
$5 \cdot 5 + 5 \cdot 5 \cdot 5$	12
$4 + 4 \cdot 4 - 4$	55

Λύση

Κάνοντας τις πράξεις που βρίσκονται στον πρώτο πίνακα έχουμε τα εξής αποτελέσματα:

- $2 + 2 \cdot 2 = 2 + 4 = 6$
- $3 + 3 \cdot 3 = 3 + 9 = 12$
- $4 + 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4 + 64 = 68$
- $5 + 5 \cdot 5 + 5 \cdot 5 = 5 + 25 + 25 = 55$
- $5 \cdot 5 + 5 \cdot 5 \cdot 5 = 25 + 125 = 150$
- $4 + 4 \cdot 4 - 4 = 4 + 16 - 4 = 20 - 4 = 16$

Άρα, η αντιστοίχιση των αποτελεσμάτων στο δεύτερο πίνακα με την αριθμητική παράσταση κάθε γραμμής του πρώτου πίνακα, είναι η εξής:

$2 + 2 \cdot 2$	150
$3 + 3 \cdot 3$	68
$4 + 4 \cdot 4 \cdot 4$	16
$5 + 5 \cdot 5 + 5 \cdot 5$	6
$5 \cdot 5 + 5 \cdot 5 \cdot 5$	12
$4 + 4 \cdot 4 - 4$	55

Επιμέλεια: Βασίλης Τσιλιβής – Μαθηματικός



...Πράξεις Παιδείας!