

1. Οι Φυσικοί Αριθμοί



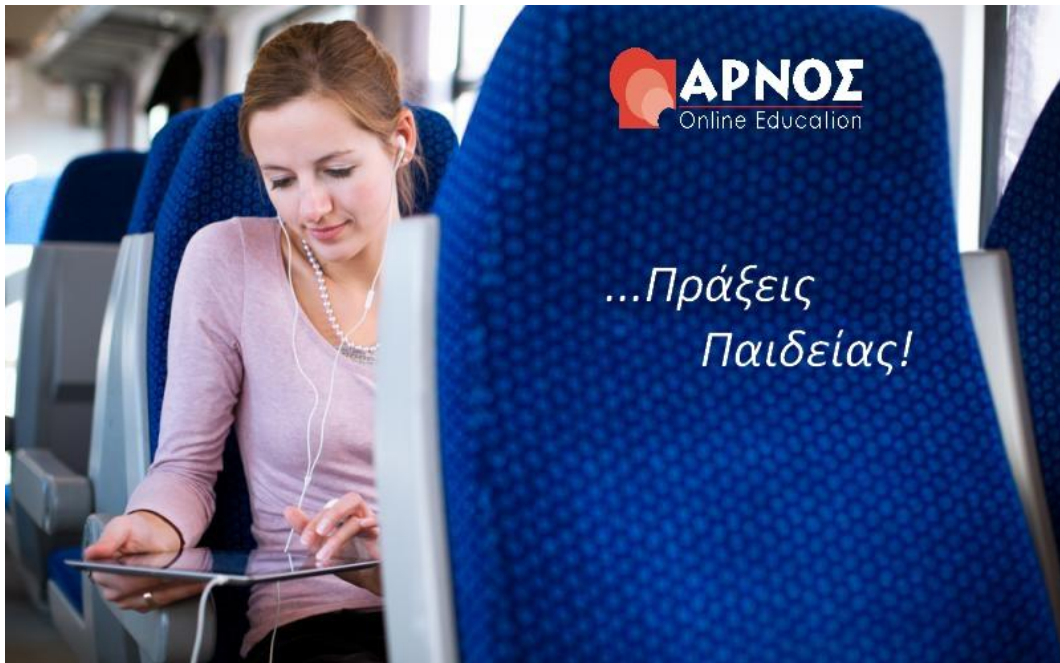
Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Α' Γυμνασίου

1.2 Πρόσθεση – Αφαίρεση και Πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών

σχ. βιβλίο (σσ. 17-18)

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.



Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Α' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σσ. 17 - 18)

1.2 Πρόσθεση – Αφαίρεση και Πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών

Άσκηση 1

Συμπλήρωσε τα παρακάτω κενά:

- (α) Η ιδιότητα $\alpha + \beta = \beta + \alpha$ λέγεται
- (β) Η ιδιότητα $\alpha + \beta + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$ λέγεται
- (γ) Ο αριθμός που προστίθεται σε αριθμό και δίνει άθροισμα τον α είναι
- (δ) Το αποτέλεσμα της αφαίρεσης λέγεται
- (ε) Σε μια αφαίρεση οι αριθμοί M , A και Δ συνδέονται με τη σχέση:
- (στ) Η ιδιότητα $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$ λέγεται
- (ζ) Η ιδιότητα $\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$ λέγεται
- (η) Η ιδιότητα $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$ λέγεται

Λύση

- (α) Η ιδιότητα: $\alpha + \beta = \beta + \alpha$ λέγεται **αντιμεταθετική**
- (β) Η ιδιότητα: $\alpha + \beta + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$ λέγεται
προσεταιριστική
- (γ) Ο αριθμός που προστίθεται σε αριθμό α και δίνει άθροισμα τον α είναι **το 0**
- (δ) Το αποτέλεσμα της αφαίρεσης λέγεται **διαφορά**
- (ε) Σε μία αφαίρεση οι αριθμοί M , A και Δ συνδέονται με τη σχέση: **$M - A = \Delta$**
- (στ) Η ιδιότητα: $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$ λέγεται **αντιμεταθετική**
- (ζ) Η ιδιότητα: $\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$ λέγεται **προσεταιριστική**
- (η) Η ιδιότητα: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$ λέγεται **επιμεριστική**

Άσκηση 2

Συμπλήρωσε τα γινόμενα

$$(\alpha) \quad 52 \cdot \dots = 5200$$

$$(\beta) \quad 37 \cdot \dots = 370$$

$$(\gamma) \quad 490 \cdot \dots = 4.900.000$$

Λύση

$$(\alpha) \quad 52 \cdot 100 = 5200$$

$$(\beta) \quad 37 \cdot 10 = 370$$

$$(\gamma) \quad 490 \cdot 10000 = 4.900.000$$

Άσκηση 3

Συμπλήρωσε τα κενά με κατάλληλους αριθμούς ώστε να προκύψουν σωστά αθροίσματα

$$\begin{array}{r}
 (\alpha) \quad \begin{array}{r} \square 582 \\ + 75\square 1 \\ \hline \square 1\square 73 \end{array}
 \quad
 (\beta) \quad \begin{array}{r} 4\square 5 \\ + 52\square \\ \hline \square\square 10 \end{array}
 \quad
 (\gamma) \quad \begin{array}{r} \square 5\square 5 \\ + 52\square \\ \hline 4\square 93 \end{array}
 \end{array}$$

Λύση

$$\begin{array}{r}
 (\alpha) \quad \begin{array}{r} 3.582 \\ + 7.591 \\ \hline 11.173 \end{array}
 \quad
 (\beta) \quad \begin{array}{r} 485 \\ + 525 \\ \hline 1.010 \end{array}
 \quad
 (\gamma) \quad \begin{array}{r} 3.565 \\ + 528 \\ \hline 4.093 \end{array}
 \end{array}$$

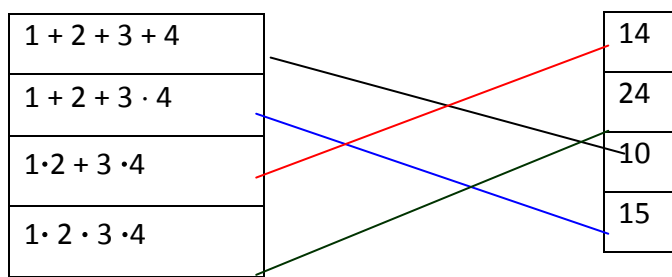
Άσκηση 4

Αντιστοίχισε κάθε γραμμή του πρώτου πίνακα με ένα από τα αποτελέσματα που υπάρχουν στον δεύτερο πίνακα.

$1 + 2 + 3 + 4$	14
$1 + 2 + 3 \cdot 4$	24
$1 \cdot 2 + 3 \cdot 4$	10
$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$	15

Λύση

Αντιστοιχίζοντας κάθε γραμμή του πρώτου πίνακα με τα αντίστοιχα αποτελέσματα του δεύτερου πίνακα, έχουμε:



Αιτιολόγηση:

- $1 + 2 + 3 + 4 = 3 + 3 + 4 = 6 + 4 = 10$
- $1 + 2 + 3 \cdot 4 = 1 + 2 + 12 = 3 + 12 = 15$
- $1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 2 + 12 = 14$
- $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 6 \cdot 4 = 24$

Άσκηση 5

Τοποθέτησε ένα X στην αντίστοιχη θέση

(α)	$157 + 33 =$	190 ☐	200 ☐	180 ☐
(β)	$122 + 25 + 78 =$	200 ☐	250 ☐	225 ☐
(γ)	$785 - 323 =$	462 ☐	458 ☐	562 ☐
(δ)	$7.321 - 4.595 =$	2.724 ☐	2.627 ☐	2.726 ☐
(ε)	$60 - (18 - 2) =$	$60 + 18 - 2$ ☐	$(60 - 18) - 2$ ☐	$60 - 18 + 2$ ☐
(στ)	$52 - 11 - 9 =$	$52 - (11 + 9)$ ☐	$(52 - 11) - 9$ ☐	$52 - 20$ ☐
(ζ)	$23 \cdot 10 =$	230 ☐	240 ☐	2.300 ☐
(η)	$97 \cdot 100 =$	970 ☐	9.700 ☐	9.800 ☐
(θ)	$879 \cdot 1000 =$	87900 ☐	879000 ☐	880000 ☐

Λύση

(α)	$157 + 33 =$	190 ☒	200 ☐	180 ☐
(β)	$122 + 25 + 78 =$	200 ☐	250 ☐	225 ☒
(γ)	$785 - 323 =$	462 ☒	458 ☐	562 ☐
(δ)	$7.321 - 4.595 =$	2.724 ☐	2.627 ☐	2.726 ☒
(ε)	$60 - (18 - 2) =$	$60 + 18 - 2$ ☐	$(60 - 18) - 2$ ☐	$60 - 18 + 2$ ☒
(στ)	$52 - 11 - 9 =$	$52 - (11 + 9)$ ☒	$(52 - 11) - 9$ ☒	$52 - 20$ ☒
(ζ)	$23 \cdot 10 =$	230 ☒	240 ☐	2.300 ☐
(η)	$97 \cdot 100 =$	970 ☐	9.700 ☒	9.800 ☐
(θ)	$879 \cdot 1000 =$	87900 ☐	879000 ☒	880000 ☐

Άσκηση 6

Υπολόγισε τα παρακάτω γινόμενα χρησιμοποιώντας επιμεριστική ιδιότητα

- (α) $3 \cdot 13$ (β) $7 \cdot 11$ (γ) $45 \cdot 12$ (δ) $12 \cdot 101$
(ε) $5 \cdot 110$ (στ) $4 \cdot 111$ (ζ) $34 \cdot 99$ (η) $58 \cdot 98$

Λύση

Εφαρμόζοντας κατάλληλα την επιμεριστική ιδιότητα, τα γινόμενα υπολογίζονται ως εξής:

Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση:

$$a \cdot (b + \gamma) = a \cdot b + a \cdot \gamma$$

Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση:

$$a \cdot (b - \gamma) = a \cdot b - a \cdot \gamma$$

(α) $3 \cdot 13 = 3 \cdot (10 + 3) = 3 \cdot 10 + 3 \cdot 3 = 30 + 9 = 39$

(β) $7 \cdot 11 = 7 \cdot (10 + 1) = 7 \cdot 10 + 7 \cdot 1 = 70 + 7 = 77$

(γ) $45 \cdot 12 = 45 \cdot (10 + 2) = 45 \cdot 10 + 45 \cdot 2 = 450 + 90 = 540$

(δ) $12 \cdot 101 = 12 \cdot (100 + 1) = 12 \cdot 100 + 12 \cdot 1 = 1200 + 12 = 1212$

(ε) $5 \cdot 110 = 5 \cdot (100 + 10) = 5 \cdot 100 + 5 \cdot 10 = 500 + 50 = 550$

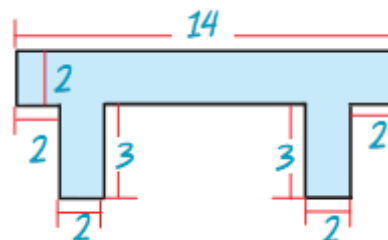
(στ) $4 \cdot 111 = 4 \cdot (100 + 10 + 1) = 4 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 4 \cdot 1 = 400 + 40 + 4 = 444$

(ζ) $34 \cdot 99 = 34 \cdot (100 - 1) = 34 \cdot 100 - 34 \cdot 1 = 3400 - 34 = 3366$

(η) $58 \cdot 98 = 58 \cdot (100 - 2) = 58 \cdot 100 - 58 \cdot 2 = 5800 - 116 = 5684$

Άσκηση 7

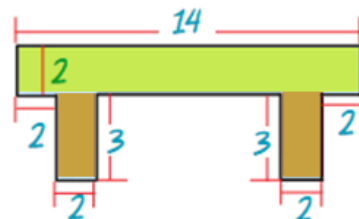
Υπολόγισε το εμβαδόν του σχήματος χρησιμοποιώντας κατάλληλα την επιμεριστική ιδιότητα.



Λύση

Το εμβαδόν του αρχικού σχήματος, θα υπολογιστεί αν προσθέσουμε το εμβαδόν των 3 επιμέρους ορθογωνίων αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Προκύπτει λοιπόν:



$$E = 2 \cdot 14 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 2 \cdot (14 + 3 + 3) = 2 \cdot 20 = 40$$

Άσκηση 8

Αγοράσαμε διάφορα σχολικά είδη που κόστιζαν 156 €, 30 €, 38€, 369 €, και 432 €.

(α) Υπολόγισε πρόχειρα αν αρκούν 1000 € για να πληρώσουμε τα είδη που αγοράσαμε.

(β) Βρες πόσα ακριβώς χρήματα θα πληρώσουμε.

Λύση

(α) Για να υπολογίσουμε πρόχειρα αν αρκούν τα 1.000 € για να πληρώσουμε τα παραπάνω είδη, θα στρογγυλοποιήσουμε τα ποσά στην πλησιέστερη δεκάδα.

Έχουμε λοιπόν:

- Ο αριθμός 156 αν στρογγυλοποιηθεί στις δεκάδες, γίνεται **160**.
- Ο αριθμός 30 αν στρογγυλοποιηθεί στις δεκάδες, παραμένει **30**.
- Ο αριθμός 38 αν στρογγυλοποιηθεί στις δεκάδες, γίνεται **40**.
- Ο αριθμός 369 αν στρογγυλοποιηθεί στις δεκάδες, γίνεται **370**.
- Ο αριθμός 432 αν στρογγυλοποιηθεί στις δεκάδες, γίνεται **430**.

Προσθέτοντας έχουμε : $160 + 30 + 40 + 370 + 430 = 1030$, δηλαδή ξεπερνούν το ποσό των 1000 €. Οπότε, τα 1000 € δεν αρκούν για να πληρώσουμε τα είδη που αγοράσαμε .

(β) Για να υπολογίσουμε πόσα ακριβώς χρήματα θα πληρώσουμε, αρκεί να αθροίσουμε τα επιμέρους ποσά που δόθηκαν στην εκφώνηση της Άσκησης μας. Δηλαδή: $156 + 30 + 38 + 369 + 432 = 1025$ € θα πληρώσουμε τελικά.

Άσκηση 9

Ο Νίκος κατέβηκε για ψώνια με 160 €. Σε ένα μαγαζί βρήκε ένα πουκάμισο που κόστιζε 35 €, ένα παντελόνι που κόστιζε 48 € και ένα σακάκι που κόστιζε 77 €.

Του φτάνουν τα χρήματα για να τα αγοράσει όλα ;

Λύση

Για να απαντήσουμε στο ερώτημα της Άσκησης μας, θα πρέπει να υπολογίσουμε το κόστος των εμπορευμάτων. Αθροίζοντας λοιπόν τα επιμέρους ποσά, έχουμε:

$35 + 48 + 77 = 160$ € που είναι λιγότερα από 160 €. Συνεπώς, φτάνουν ακριβώς τα χρήματα στο Νίκο για να αγοράσει όλα τα πράγματα.

Άσκηση 10

Σε ένα αρτοποιείο έφτιαξαν μία μέρα 120 κιλά άσπρο ψωμί , 135 κιλά χωριάτικο, 25 κιλά σικάλεως και 38 κιλά πολύσπορο. Πουλήθηκαν 107 κιλά άσπρο, 112 κιλά χωριάτικο, 19 κιλά σικάλεως και 23 κιλά πολύσπορο. Πόσα κιλά ψωμί έμειναν απούλητα ;



Λύση

Αρχικά, θα πρέπει να υπολογίσουμε πόσα κιλά ψωμιού παράχθηκαν.

Οπότε: **$120 + 135 + 25 + 38 = 318$ κιλά ψωμιού παράχθηκαν.**

Στη συνέχεια, θα υπολογίσουμε, πόσα κιλά ψωμιού πουλήθηκαν.

Δηλαδή: **$107 + 112 + 19 + 23 = 261$ κιλά ψωμιού πουλήθηκαν.**

Τελικά, έμειναν απούλητα: **$318 - 261 = 57$ κιλά ψωμιού**

Άσκηση 11

Ο Άρης γεννήθηκε το 1983 και είναι 25 χρόνια μικρότερος από τον πατέρα του.

(α) Πόσων χρονών είναι ο Άρης σήμερα;

(β) Πότε γεννήθηκε ο πατέρας του;



Λύση

(α) Για να βρούμε τη σημερινή ηλικία του Άρη, αφαιρούμε από το τρέχον έτος το έτος γέννησης του. Δηλαδή: $2014 - 1983 = 31$ ετών είναι σήμερα ο Άρης.

(β) Για να βρούμε ποιο έτος γεννήθηκε ο πατέρας του Άρη, αφαιρούμε από το έτος γέννησης του Άρη, τη διαφορά ηλικίας με τον πατέρα του.

Έχουμε λοιπόν: $1983 - 25 = 1958$. Δηλαδή, ο πατέρας του Άρη γεννήθηκε το έτος 1958.

Άσκηση 12

Ένα σχολείο έχει 12 αίθουσες διδασκαλίας. Οι 7 χωράνε από 20 διπλά θρανία και οι υπόλοιπες από 12 διπλά θρανία.

Στο σχολείο εγγράφηκαν: στην Α' τάξη 80 παιδιά, στη Β' τάξη 58 παιδιά και στη Γ' τάξη 61 παιδιά. Επαρκούν οι αίθουσες για τα παιδιά αυτού του Γυμνασίου;

Λύση

Υπολογίζουμε καταρχήν το σύνολο των θέσεων στις 7 αίθουσες των 20 διπλών θρανίων: $7 \cdot 2 \cdot 20 = 280$ θέσεις.

Ομοίως, το σύνολο των θέσεων στις 5 αίθουσες των 12 διπλών θρανίων, είναι ίσο με: $5 \cdot 2 \cdot 12 = 120$ θέσεις.

Τελικά, οι θέσεις του Γυμνασίου είναι συνολικά: $280 + 120 = 400$ θέσεις.

Οι μαθητές του σχολείου, είναι συνολικά : $80 + 58 + 61 = 199$ μαθητές.

Επομένως, αφού $400 > 199$, οπότε οι αίθουσες διδασκαλίας επαρκούν.

Σημαντική σημείωση: Στην εκφώνηση δεν γίνεται αναφορά στις προϋποθέσεις που θα γίνει η κατατομή π.χ. ο μέγιστος αριθμός μαθητών ανά τμήμα ή αν σε κάθε τμήμα της ίδιας τάξης θα πρέπει να υπάρχει περίπου ο ίδιος αριθμός μαθητών. Το πρόβλημα λύθηκε μοναδικό γνώμονα τη χωρητικότητα χωρίς περιορισμούς.

Επιμέλεια: Βασίλης Τσιλιβής – Μαθηματικός



...Πράξεις Παιδείας!