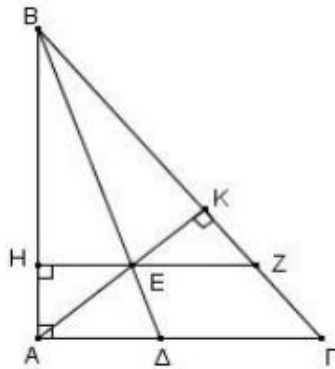


Θέμα 4

GI_A_GEO_4_4794

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $B\Delta$ διχοτόμο και AK ύψος, που τέμνονται στο E . Η κάθετη από το E στην AB τέμνει τις AB και $B\Gamma$ στα H και Z αντίστοιχα.



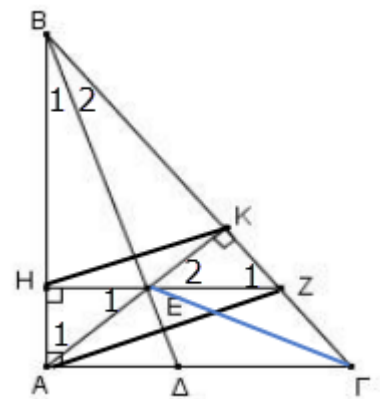
α) Να αποδείξετε ότι:

- i. Τα τρίγωνα EHA και EKZ είναι ίσα. (Μονάδες 6)
- ii. Το τρίγωνο BKH είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)
- iii. Η $B\Delta$ είναι κάθετη στην AZ (Μονάδες 7)

β) Αν επιπλέον το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι και ισοσκελές, να αποδείξετε ότι η GE είναι διχοτόμος της γωνίας Γ . (Μονάδες 6)

Λύση:

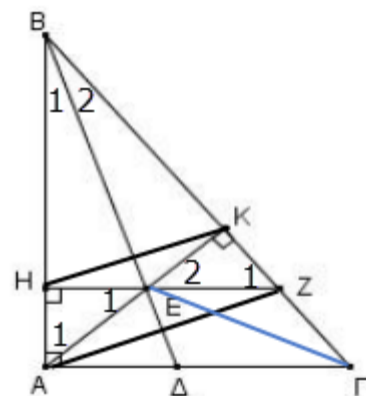
α) Τα ορθογώνια τρίγωνα $B\hat{E}H$ και $B\hat{E}K$ έχουν κοινή υποτείνουσα (BH) και μία οξεία γωνία ($\hat{B}_1 = \hat{B}_2$) αφού η $B\Delta$ είναι διχοτόμος και επομένως είναι ίσα.
Άρα $EH = EK$ (1) αλλά και $BK = BH$ (2). Αυτό ($BK = BH$) σημαίνει ότι το τρίγωνο BHK είναι ισοσκελές (ii).



Τα ορθογώνια τρίγωνα $\triangle EHA$ και $\triangle EKZ$ έχουν $EH = EK$ **(1)**

$\hat{E}_1 = \hat{E}_2$ και επομένως είναι ίσα **(i)**, άρα και $HA = KZ$ **(3)**.

Επειδή $BK = BH$ **(2)** και $HA = KZ$ **(3)** έχουμε $BA = BZ$ άρα το ότι το τρίγωνο BAZ είναι ισοσκελές. Άρα η διχοτόμος του BD θα είναι και ύψος άρα $BD \perp AZ$.



β) Αν το ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle ABG$ είναι ισοσκελές τότε η AK εκτός από ύψος θα ήταν και διχοτόμος. Άρα το σημείο E

θα είναι το έγκεντρο του τριγώνου $\triangle ABG$ Αυτό σημαίνει ότι η GE είναι διχοτόμος του.

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MEd – Μαθηματικός