Θέμα 4 GI_A_GEO_4_4762

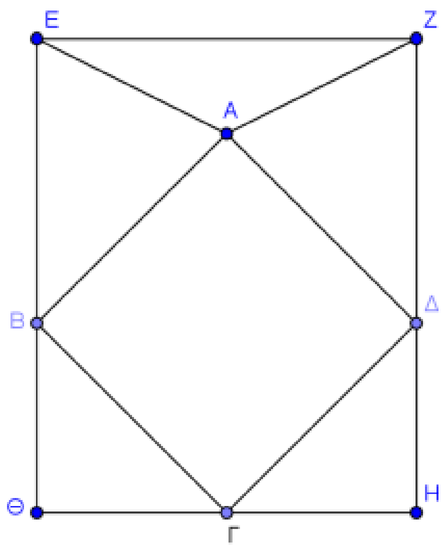
Στο παρακάτω σχήμα το ορθογώνιο ΕΖΗΘ παριστάνει ένα τραπέζι του μπιλιάρδου. Μια μπάλα του μπιλιάρδου ξεκινάει από σημείο Α της μεσοκαθέτου του τμήματος ΕΖ και χτυπώντας διαδοχικά στους τοίχους ΕΘ, ΘΗ, ΗΖ στα σημεία Β, Γ και Δ αντίστοιχα, καταλήγει στο σημείο εκκίνησης Α. Για τη διαδρομή Α→ Β → Γ→ Δ→ Α που ακολουθεί η μπάλα ισχύει ότι κάθε γωνία πρόσπτωσης σε τοίχο (π.χ η γωνία ΑΒΕ) είναι ίση με κάθε γωνία ανάκλασης σε τοίχο (π.χ η γωνία ΘΒΓ) και η κάθε μια απ' αυτές είναι 45^{o}.

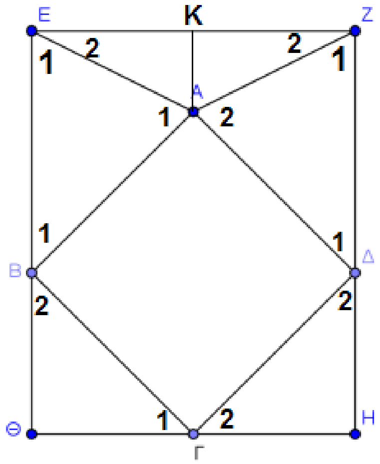
α) Να αποδείξετε ότι:

i. Τα τρίγωνα ΑΕΒ και ΑΖΔ είναι ίσα. (Μονάδες 9)

ii. Η διαδρομή ΑΒΓΔΑ της μπάλας σχηματίζει τετράγωνο. (Μονάδες 8)

β) Αν η ΑΖ είναι διπλάσια από την απόσταση του Α από τον τοίχο ΕΖ, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΕΖ. (Μονάδες 8)





Λύση:

α) i) Το τρίγωνο ΑΕΖ είναι ισοσκελές (ΑΕ = ΑΖ αφού το Α ανήκει στη μεσοκάθετη του ΕΖ). Άρα $\hat{E}_2 = \hat{Z}_2$ επομένως $\hat{E}_1 = \hat{Z}_1$ Αλλά $\hat{B}_1 = \hat{\Delta}_1 = 45^o$ άρα $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

Οπότε τα τρίγωνα ΑΕΒ και ΑΔΖ είναι ίσα (Γ-Π-Γ)

ii) $\hat{B}_1 + \hat{B}_2 + \hat{B} = 180^o$ άρα $45^o + 45^o + \hat{B} = 180^o \Leftrightarrow \hat{B} = 90^o$

Ομοίως $\hat{\Gamma} = \hat{\Delta} = 90^o$ άρα και $\hat{A} = 90^o$ Άρα το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο. Επειδή από την προηγούμενη σύγκριση προκύπτει ότι ΑΒ = ΑΔ το ΑΒΓΔ είναι τελικά τετράγωνο.

β) Αν ΑΖ = 2ΑΚ στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΖΚ η κάθετη πλευρά ΑΚ είναι το μισό της υποτείνουσας ΑΖ. Αυτό σημαίνει ότι $\hat{Z}_2 = 30^o$ Επειδή το τρίγωνο ΑΕΖ είναι ισοσκελές έχουμε $\hat{E}_2 = \hat{Z}_2 = 30^o$. Άρα $E\hat{A}Z = 180^o - (30^o + 30^o) = 120^o$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MEd – Μαθηματικός